

粒子間応力を用いた鉛直臨界高さの導出

鹿児島大学工学部 学生会員 ○川村 宗範
鹿児島大学大学院理工学研究科 正会員 山田 満秀
鹿児島大学大学院理工学研究科 正会員 北村 良介

1. まえがき

土粒子の形状・大きさは不規則であり、土粒子で構成される土塊の土粒子骨格構造・空隙構造は複雑である。北村らは、土粒子の形状・大きさの不規則性を考慮し、確率・統計を援用した不飽和土質力学（北村モデル）の体系化を試みている^{1)、2)、3)、4)、5)}。一方、従来の土質力学においては、臨界高さという概念が用いられてきている⁶⁾。

本稿では、北村モデルにおける粒子間応力を用い、不飽和土の鉛直臨界高さについて考察を加える。

2. 粒子間応力

北村モデルにおける粒子間応力の導出は以下のようになる^{2)、3)、4)}。

単位体積当たりの粒子数 N は次式で求められる。

$$N = \sum_{i=1}^n N_i = \frac{1}{1+e} \sum_{i=1}^n \frac{6}{D_{s,i}^3 \cdot \pi} P(D_{s,i}) \cdot \Delta D_{s,i} \quad (1)$$

ここに、 N_i : 粒径加積曲線の分割番号 i 番目に対応する粒子数、

e : 間隙比

$D_{s,i}$: 粒径加積曲線の分割番号 i 番目に対応する粒径、

$P(D_{s,i})$: 粒径加積曲線から得られる粒径の確率密度関数(対数正規分布)

単位体積当たりの接点数 N_{cv} は次式で求められる。

$$N_{cv} = \frac{C_a}{2} \cdot N \quad (2)$$

ここに、 C_a : 1 粒子当たりの接点数

1 粒子当たりの接点数は次式で求められる⁷⁾。

$$C_a = \frac{12}{1+e} \quad (3)$$

ここに、 C_a : 1 粒子当たりの接点数、

単位面積当たりの接点数 N_{ca} は次式で求められる。

$$N_{ca} = \frac{N_{cv}}{N_l} = \frac{C_a}{2} \cdot N \cdot D_{cha} \quad (4)$$

ここに、 N_l : 単位立方体の土塊の層数 ($N_l = 1/D_{cha}$)
 D_{cha} : 代表粒径

土粒子の自重による接点角が β_1 である接点 i での粒子間力 $\vec{F}_{grav,\beta_1,i}$ は次式で求められる。

$$\vec{F}_{grav,\beta_1,i} = \left(\rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \right) \cdot \left(\frac{h_{up}}{D_{cha}} \right) = \rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot h_{up} \quad (5)$$

ここに、 ρ_s : 土粒子密度

h_{up} : 地表面から任意の土被り深さまでの距離

従って、自重による接点角が β_1 である粒子間応力 $\vec{F}_{grav,\beta_1}$ は次式で求められる。

$$\begin{aligned} \vec{F}_{grav,\beta_1} &= \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{grav,\beta_1,i} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{grav,\beta_1,i} \\ &= N_{ca,\beta_1} \cdot \rho_s \cdot g \cdot \frac{\pi}{6} \cdot D_{cha}^3 \cdot h_{up} \quad (6) \end{aligned}$$

ここに、 N_{ca,β_1} : 接点角が β_1 である単位面積当たりの接点数

表面張力による接点 i での表面張力による粒子間力 $F_{matr,i}$ は次式で求められる。

$$F_{matr,i} = 2 \cdot \pi \cdot r' \cdot T_s + \pi \cdot r'^2 \cdot s_u \quad (7)$$

ここに、 r' : メニスカス曲率半径

s_u : サクシオン

T_s : 水の表面張力

接点角が β_1 である接平面での表面張力による粒子間応力は次式で求められる。

$$\begin{aligned} \vec{F}_{matr,\beta_1} &= N_{ca,\beta_1} \cdot E[\vec{F}_{matr,\beta_1,i}] = N_{ca,\beta_1} \cdot \int_0^\infty \vec{F}_{matr,\beta_1,i} \cdot P_s(D_s) dD_s \\ &= N_{ca,\beta_1} \cdot \int_0^\infty (2 \cdot \pi \cdot r' \cdot T_s + \pi \cdot r'^2 \cdot s_u) P_s(D_s) dD_s \quad (8) \end{aligned}$$

3. 鉛直臨界高さの導出

接点角が β_1 である接平面での粒子間応力 $\vec{F}_{\beta_1}$ の法線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,N}$ 、接線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,T}$ は次式のようになる。

$$\vec{F}_{\beta_1,N} = \vec{F}_{mat,\beta_1} + \vec{F}_{grav,\beta_1} \cdot \cos \beta_1 \quad (9)$$

$$\vec{F}_{\beta_1,T} = \vec{F}_{grav,\beta_1} \cdot \sin \beta_1 \quad (10)$$

式 (9)、(10) を用いて計算される $\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N}$ が最大となる接平面(接点角: $\beta_{1,slip}$) を潜在すべり面と定義する。すなわち、

$$\tan\left(2\beta_{1,slip} - \frac{\pi}{2}\right) = \max\left(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N}\right) \quad (11)$$

式 (11) の右边を計算するために必要な入力データは粒径加積曲線、間隙比、飽和度である。粒径加積曲線は対数正規分布を仮定しており、入力パラメータは平均 μ_s と標準偏差 σ_s である。間隙比は土粒子密度と湿潤密度から得られる。図-1 は、飽和度を 45% (深さ方向に一定) とし、 h_{up} を増加させていったときに川内川しらす⁸⁾ を想定した式 (11) から計算される潜在すべり面の $\max(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})$ の値を示している。 $\max(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N})$ が $\tan \phi$ (ここに、 ϕ : 内部摩擦角) を超えたときが鉛直臨界高さ $h_{cr,v}$ であると仮定すると、川内川しらすの鉛直臨界高さは約 75 cm となることがわかる。

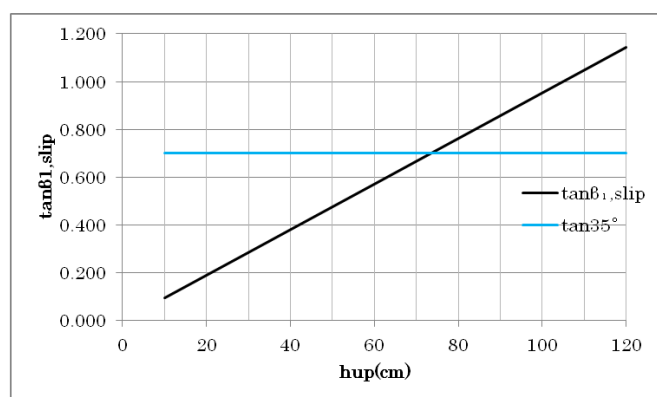


図-1 式 (11) の計算結果

4. あとがき

本稿では、北村モデルで用いられている潜在すべり面の定義を利用して鉛直臨界高さを求めることを試みた。本手法に必要な土質試験は粒度試験、土粒子密度試験、湿潤密度試験のみであり、従来の臨界高さの計

算に必要な見かけの粘着成分は不要であり、飽和度に依存して変化する鉛直臨界高さを評価することができると (発表当日に結果を示す予定)。今後は、土質試験によって臨界高さの妥当性を検証していきたいと考えている。

謝辞: 本研究に対して科研費 (基盤 (A) (課題番号: 22246064 (代表: 安福規之)) の援助をいただいた。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 北村良介・酒匂一成・荒木功平・宮本裕二: 確率・統計を援用した不飽和土質力学の体系化、土木学会論文集 C、Vol.66, No.3, pp.498-515, 2010.
- 2) 小田川隼祐・山田満秀・北村良介: 確率・統計を援用した不飽和土質力学について (その 1: 基本物理量の導出)、平成 22 年度土木学会西部支部研究発表会、pp.445-446, 2011.
- 3) 北村良介・山田満秀・小田川隼祐: 確率・統計を援用した不飽和土質力学について (その 2: 粒子数、接点数)、平成 22 年度土木学会西部支部研究発表会、pp.445-446, 2011.
- 4) 小田川隼祐・稲垣祐輔・山田満秀・北村良介: 確率・統計を援用した不飽和土質力学について (その 3: 代表粒径)、第 46 回地盤工学研究発表会、pp.707-708, 2010.
- 5) 北村良介・稲垣祐輔・小田川隼祐・山田満秀: 確率・統計を援用した不飽和土質力学について (その 5: 表面張力・自重による粒子間力・粒子間応力)、第 46 回地盤工学研究発表会、pp.711-712, 2010.
- 6) 赤井浩一; 土質力学 (改訂版)、朝倉書店、pp.241-244, 1996.
- 7) Field, W. G.: Towards the statistical definition of a granular mass, Proc. 4th A and N.Z. Conf. on SMFE, pp.143-148, 1963.
- 8) 稲垣祐輔・川畑健祐・山田満秀・北村良介: 不飽和二次しらすの排気・排水試験、第 46 回地盤工学研究発表会、pp.681-682, 2010.