

粒子間応力を用いた臨界高さの導出

鹿児島大学工学部 学生会員 ○大村竜司
 鹿児島大学大学院 正会員 山田満秀
 鹿児島大学大学院 正会員 北村良介

1. まえがき

土粒子の形状・大きさは不規則であるため、土粒子骨格構造・間隙構造は複雑になり、不飽和土を構成する土粒子、間隙空気、間隙水の力学的挙動を定量的に評価するためには、確率・統計を援用したアプローチが必要である。このような認識を踏まえ、北村らは、不飽和土の力学モデル（北村モデル）を提案し、不飽和土質力学の体系化を試みている^{1)、2)、3)、4)、5)}。

本稿では、北村モデルを用いて斜面の臨界高さの導出を試みている。

2. 粒子間力・粒子間応力

砂質土を想定した場合、北村モデルにおける粒子間力は、外力、表面張力、重力による粒子間力（ $\vec{F}_{ext,\beta_1,i}$ 、 $\vec{F}_{mar,\beta_1,i}$ 、 $\vec{F}_{grav,\beta_1,i}$ ）となり、接点角が β_1 である接点 i での粒子間力は次式で表される。

$$\vec{F}_{\beta_1,i} = \vec{F}_{ext,\beta_1,i} + \vec{F}_{mar,\beta_1,i} + \vec{F}_{grav,\beta_1,i} \quad (1)$$

粒子間力 $\vec{F}_{\beta_1,i}$ と粒子間応力 $\vec{F}_{\beta_1}$ は次式のように関係づけられる。

$$\vec{F}_{\beta_1} = \sum_{i=1}^{N_{ca,\beta_1}} \vec{F}_{\beta_1,i} \quad (2)$$

ここに、 N_{ca,β_1} ：接点角が β_1 である単位面積当たりの接点数

式(1)、(2)の導出については、参考文献 2)～6)を参照していただきたい。

3. 潜在すべり面

接点角が β_1 である接平面での粒子間応力の法線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,N}$ 、接線方向成分 $\vec{F}_{\beta_1,T}$ は次式で表される。

$$\vec{F}_{\beta_1,N} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \cos \bar{\psi}_{ext} + \vec{F}_{mar,\beta_1} + \vec{F}_{grav,\beta_1} \cdot \cos \beta_1 \quad (3)$$

$$\vec{F}_{\beta_1,T} = \vec{F}_{ext,\beta_1} \cdot \sin \bar{\psi}_{ext} + \vec{F}_{grav,\beta_1} \cdot \sin \beta_1 \quad (4)$$

上に示す法線方向成分、接線方向成分の粒子間応力を用いると、不飽和土の潜在すべり面の角度 $\beta_{1,slip}$ は次式で定義される。

$$\tan\left(2\beta_{1,slip} - \frac{\pi}{2}\right) = \max\left(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N}\right) \quad (5)$$

4. 臨界高さ

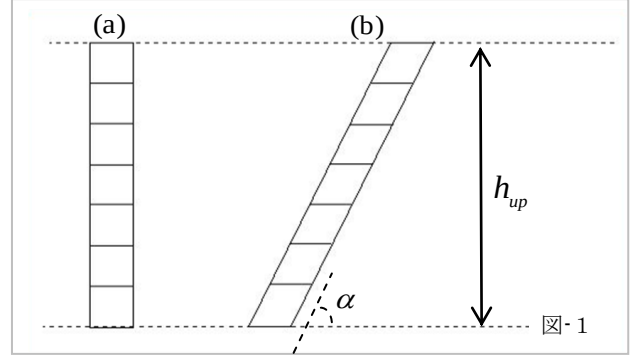


図-1：土粒子塊による臨界高さのモデル

図-1 (a) を用い、鉛直での臨界高さについて考えいく⁶⁾。土粒子の塊を積み上げていくと、ある高さですべりが発生し、その土塊は自立することができなくなる。この高さを鉛直臨界高さ $h_{cr,v}$ とすると、次式を満足する h_{up} の最小値が $h_{cr,v}$ となる。

$$\max(\vec{F}_{\beta_1,T} / \vec{F}_{\beta_1,N}) > \tan \phi \quad (6)$$

ここに、 ϕ ：内部摩擦角

斜面における臨界高さは、図-1 (b) のモデルのように α 傾けたものとなる。傾けた場合には、重力による粒子間応力が傾斜角度により変化することが予想できる。そのため、補正值 Ra を用いて補正をする。以上より、角度 α での重力による粒子間応力は次式で表される。

$$\vec{F}_{grav,\beta_1,\alpha} = Ra \cdot \vec{F}_{grav,\beta_1} \quad (7)$$

Ra は $\alpha = (\pi/2)$ の時に $Ra = 1$ 、 $\alpha = 0$ の時に $Ra = 0$ となるような線形関係とする。

よって、角度 α でのすべりの条件式は、以下となり、

$$\max(\vec{F}_{\beta_1,T,\alpha} / \vec{F}_{\beta_1,N,\alpha}) > \tan \phi \quad (8)$$

これを満足する h_{up} の最小値が臨界高さ h_{cr} となる。

$\vec{F}_{\beta_1,T,\alpha} / \vec{F}_{\beta_1,N,\alpha}$ の値が最大となるような、接点角 β_1 を決定するため、 $h_{up} = \text{const}$ とし $\vec{F}_{\beta_1,T,\alpha} / \vec{F}_{\beta_1,N,\alpha}$ の値の計算を行うと最大値をとるのは、接点角 $\beta_1 = \pi/2$ の時となる。この接点角を採用し、外力による粒子間応力の考慮を行わず、すべりの条件式(8)から臨界高さ h_{cr} の算出を行った。

斜面を構成する土として川内川しらすを想定し（表-1 参照）、飽和度を 45%で α を変化させると、 α と臨界高さは図-2 に示すような関係となった。図-3 は従来の土質力学で得られている安定係数と斜面傾斜角の関係⁷⁾に類似している。また、各角度で飽和度を変化させると図-3 に示す関係となった。飽和度が増加するにつれ臨界高さが減少していることがわかる。

表-1:川内川しらすの物性値

試料: 川内川しらす			
ρ_s (g/cm ³)	2.58	N (個/mm ³)	1230000
e	1.38	N_{cv} (個/mm ³)	3100000
S_r (%)	45	N_{ca} (個/mm ²)	19800
ϕ (°)	35	D_{cha} (mm)	0.00637

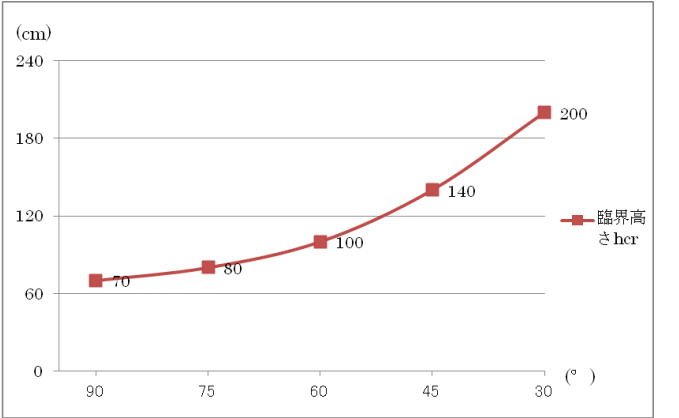


図-2:傾斜角度と臨界高さ

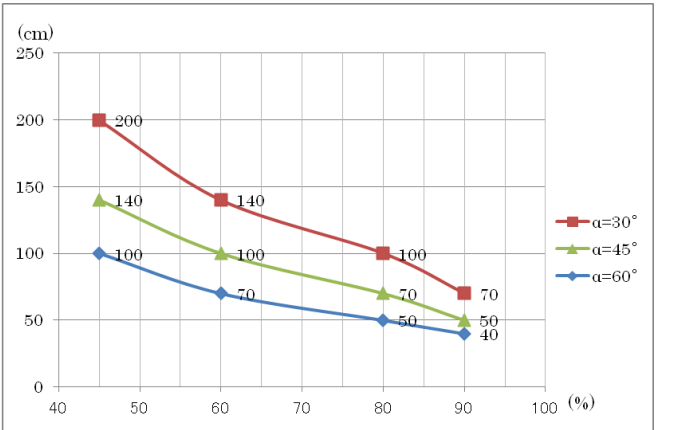


図-3:飽和度と臨界高さ

5. あとがき

本稿では、北村モデルで用いられている潜在すべり面の定義を利用し、斜面傾斜角に依存して変化する臨界高さ示した。本手法に必要な土質試験は粒度試験、土粒子密度試験、湿潤密度試験のみであり、従来の臨界高さの計算に必要な見かけの粘着力は不要であり、飽

和度に依存して変化する臨界高さを評価することができ。本手法は土圧問題への適用が可能であり、今後は、土質試験等によって臨界高さの妥当性を検証していくとともに、土槽試験等で土圧を計測していきたいと考えている。

謝辞：本研究に対して科研費（基盤（A）（課題番号：22246064（代表：安福規之））の援助をいただいた。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 北村良介・酒匂一成・荒木功平・宮本裕二：確率・統計を援用した不飽和土質力学の体系化、土木学会論文集 C、Vol. 66, No. 3, pp. 498-515, 2010.
- 2) 小田川隼祐・山田満秀・北村良介：確率・統計を援用した不飽和土質力学について（その 1：基本物理量の導出）、平成 22 年度土木学会西部支部研究発表会、pp. 445-446、2011.
- 3) 北村良介・山田満秀・小田川隼祐：確率・統計を援用した不飽和土質力学について（その 2：粒子数、接点数）、平成 22 年度土木学会西部支部研究発表会、pp. 445-446、2011.
- 4) 小田川隼祐・稲垣祐輔・山田満秀・北村良介：確率・統計を援用した不飽和土質力学について（その 3：代表粒径）、第 46 回地盤工学研究発表会、pp. 707-708、2010.
- 5) 北村良介・稲垣祐輔・小田川隼祐・山田満秀：確率・統計を援用した不飽和土質力学について（その 5：表面張力・自重による粒子間力・粒子間応力）、第 46 回地盤工学研究発表会、pp. 711-712、2010.
- 6) 川村宗範・山田満秀・北村良介：粒子間応力を用いた鉛直臨界高さの導出、平成 23 年度土木学会西部支部研究発表会、2012（投稿中）.
- 7) 赤井浩一；土質力学（改訂版）、朝倉書店、pp. 241-244、1996.
- 8) Field, W. G.: Towards the statistical definition of a granular mass, Proc. 4th A and N. Z. Conf. on SMFE, pp. 143-148, 1963.
- 9) 稲垣祐輔・川畑健祐・山田満秀・北村良介：不飽和二次しらすの排気・排水試験、第 46 回地盤工学研究発表会、pp. 681-682、2010.