

鋼 I 桁橋の座屈破壊確率および断面設計に対する確率分布形の影響の検討

長崎大学大学院 正 会 員 中村 聖三

長崎大学大学院 学生会員 ○宮田 喜生

長崎大学大学院 正 会 員 西川 貴文

1. まえがき

現在、道路橋の設計には許容応力度法が用いられているが、要求された性能を満たすことを合理的に検証する手段として、信頼性設計の考え方を基礎とする限界状態設計法の導入が求められている。信頼性設計では、部分係数の決定等において信頼性指標 β を用いるが、構造物の諸元や設計変数の確率分布形が異なれば、 β の値や破壊確率は一般に異なり、同じ破壊確率を確保するのに必要な断面も異なる。破壊確率の算定方法としては、モンテカルロシミュレーションが考えられるが、構造物の破壊確率のように極めて小さい確率の現象を対象とする場合、非常に計算時間がかかるという難点がある。本研究では、鋼 I 桁橋を対象に設計変数の確率分布形を変化させ、subset 法とマルコフ連鎖モンテカルロシミュレーション（以下、MCMC と記す）を用いて破壊確率を算定し、さらに、断面の寸法を調整し、目標とする破壊確率を確保するのに必要な断面の違いを調べることで、鋼 I 桁橋の破壊確率および断面設計に対する確率分布形の影響を明らかにする。

2. 破壊確率の算定方法^{1), 2)}

破壊確率の算定方法を以下に簡単に説明する。確率変数の空間内の破壊領域を F とし、破壊確率を $P(F)$ とする。ここで、全体集合を F_0 、その部分集合を $F_i (i=1, 2, \dots, m)$ と表し、 $F_m = F$ とする。

$$F_0 \supset F_1 \supset F_2 \supset \dots \supset F_m = F \quad (1)$$

破壊確率はこれらの部分集合を用いることにより次式で算定できる。

$$P(F) = P(F_m) = P(F_m | F_{m-1})P(F_{m-1} | F_{m-2}) \cdot \dots \cdot P(F_1 | F_0) \quad (2)$$

限界状態関数 $z(\mathbf{x})$ 、確率変数ベクトル $\mathbf{x}$ の確率密度分布が与えられるとし、破壊状態を $z < 0$ と定義して、破壊確率を算定する。計算手順を以下に示す。

- 1) 確率変数の密度関数に従って、 n_t 個のサンプルを通常のモンテカルロシミュレーションと同様に発生させ、それぞれの限界状態関数の値を求める。部分空間のカウンターを $i=0$ とする。
- 2) 限界状態関数の値を小さい順に並べ、 $z_1, z_2, z_3, \dots$ とする。 $P(F_{i+1}|F_i) = n_s/n_t$ となる部分空間 F_{i+1} を次式で定義する。

$$F_{i+1} = \{\mathbf{x} | z(\mathbf{x}) < C_{i+1}\}, \quad C_{i+1} = \frac{z_{n_s} + z_{n_s+1}}{2} \quad (3)$$

- 3) MCMC によって、部分空間 F_{i+1} 内に n_t 個のサンプルを発生させる。サンプルの発生方法については文献 1), 2) を参照されたい。
- 4) $z < 0$ となるサンプルの個数 n_f が十分な場合 ($n_f > n_s$) には終了。そうでない場合は $i=i+1$ として手順 2) から繰り返す。

以上の手順により損傷が生じたサンプルが十分得られたら、次式によって破壊確率を求めることができる。

$$P(z < 0) = (n_s/n_t)^i (n_f/n_t) \quad (4)$$

ここで、 n_s は部分空間の大きさを決めるパラメータである。

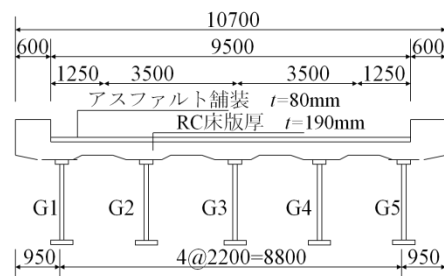


図-1 解析断面 1(支間長 20m)

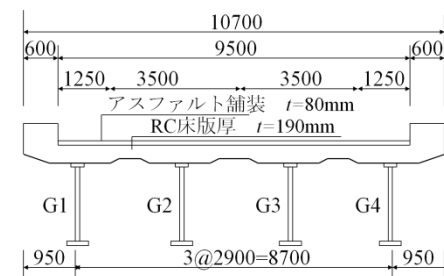


図-2 解析断面 2(支間長 40m)

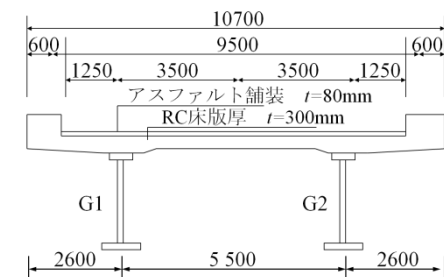


図-3 解析断面 3(支間長 50m)

表-1 確率変数

不確定要因	平均値 基準値	標準 偏差
鋼材降伏強度 σ_y	1.232	0.1011
板厚 t	1.0017	0.0121
鋼材ポアソン比	0.937	0.085
鋼材弾性係数	0.999	0.045
曲げモーメント	1.000	0.010

3. 検討概要

ばらつきを考慮する確率変数は正規分布，対数正規分布，あるいはワイブル分布に従うものと仮定した．解析対象は，図-1～図-3の断面を持つ鋼 I 桁橋とし，支間中央部での主桁の合成前の座屈について解析を行った．着目する主桁は，断面 1 に対しては許容応力度の余裕が最も小さくなっていた G2，G4 とし，断面 2 に対しては G1，G4 とした．断面 3 については左右対称であることから G1，G2 とともに同じ条件となる．材料降伏点 σ_y ，鋼材の板厚 t ，鋼材ポアソン比 μ ，鋼材弾性係数 E を確率変数とし，式(5)に示す限界状態関数を用いた．また，各確率変数の統計量は表-1 のように決定した³⁾．鋼材降伏点や板厚のように確率変数に上下限值がある確率変数では，発生させた乱数が上下限値を超えた場合には再度乱数を発生させて確率変数が制限値内になるようにした．板厚の許容差は JIS G3193 によるものとした．

$$Z = \sigma_y \min\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}, \frac{\sigma_{clb}}{\sigma_y}\right) - \frac{M_s}{I_s} y_{sc} \quad (5)$$

ここで， $\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}$ は局部座屈強度， $\frac{\sigma_{clb}}{\sigma_y}$ は横倒れ座屈強度であり，それぞれ道路橋示方書の 3.2 および 4.2 に従うものとした．

4. 検討結果と考察

解析によって破壊確率を 30 回求めて算定した破壊確率の平均値を表-2 に示す．いずれの断面においても，破壊確率は確率分布形によって大きく変わっているが，どの場合でも非常に小さい値になっている．そこで，目標とする信頼性指標 β を文献⁴⁾を参考に 4.5 と設定し， z が正規分布に従うと仮定した場合の破壊確率 $3.40\text{E-}06$ を目標とする破壊確率として，それを確保するのに必要な断面の違いを調べた．

表-3～表-5 に各断面のウェブとフランジの厚さをそれぞれ 1～6%程度減らして求めた破壊確率の平均値を示す．表-3 の結果から断面 1 では，正規分布と対数正規分布の場合の目標とする破壊確率は，断面を 4%減らした破壊確率と 5%減らした破壊確率の間になることが分かる．ワイブル分布では，断面を 2%減らした破壊確率と 3%減らした破壊確率の間になっている．つまり，確率分布形が違っていても，目標とする破壊確率を確保するのに必要な断面の違いは元の断面に対して 3%未満しかないことになる．また，断面 2 と断面 3 の場合でも，確率分布形の違いによる必要な断面の違いは，それぞれ 3%未満と 4%未満となっている．これらの結果から，確率分布形が変わっても，目標とする破壊確率を確保するのに必要な断面が顕著に変わることはないといえる．

5. まとめ

対象とした橋梁断面においては，設計変数の確率分布形が異なれば破壊確率は大きく異なるが，目標とする破壊確率を確保するのに必要な断面はあまり変わらないことが明らかとなった．今後の課題として，断面の引張降伏のような他の破壊形式に対して同様の検討を行うこと等があげられる．

参考文献

- 1) Furuta,H., Miyake,K., Sato,T. and Tsukiyama,I: Reliability Analysis Using Markov-Chain Monte Carlo Simulation, Proceedings of the 9th Korea-Japan Joint Symposium on Steel Bridges, pp.17-28, 2007.8
- 2) 吉田郁政,佐藤忠信: MCMC を用いた損傷確率算定方法,土木学会論文集, No794/I-72, pp.43-53, 2005.7
- 3) 吉田遼一,中村聖三,高橋和雄:鋼 I 桁橋の信頼性指標 β に対する確率分布形の影響,鋼構造年次論文報告集,第 15 巻,pp.169-174, 2007.11
- 4) 村越潤,梁取直樹,小森大資,前田和裕,清水英樹:鋼道路橋の部分係数設計法に関する検討,土木研究所資料,第 4141 号, 2009.3

表-2 破壊確率の比較

	正規	対数正規	ワイブル
断面 1	1.68E-12	8.60E-14	3.58E-07
断面 2	2.09E-11	7.86E-13	8.72E-07
断面 3	5.16E-14	1.48E-16	1.72E-07

表-3 断面を変化させた場合の破壊確率(断面 1)

	-2%	-3%	-4%	-5%
正規			5.12E-07	6.24E-06
対数正規			5.12E-07	3.41E-06
ワイブル	3.39E-06	1.13E-05		

表-4 断面を変化させた場合の破壊確率(断面 2)

	-1%	-2%	-3%	-4%
正規			2.98E-07	3.80E-06
対数正規			7.65E-07	9.25E-06
ワイブル	2.62E-06	8.46E-06		

表-5 断面を変化させた場合の破壊確率(断面 3)

	-2%	-3%	-5%	-6%
正規			1.57E-06	1.95E-05
対数正規			7.19E-07	1.11E-05
ワイブル	1.65E-06	5.39E-06		