津波の生成や伝播に対する流速分布及び密度分布の影響

鹿児島大学大学院理工学研究科　正会員　柿沼太郎
鹿児島大学大学院理工学研究科　学生会員　山下　啓
鹿児島大学工学部　帖佐繁明
防衛大学校システム工学群　正会員　藤間功司

1. 序　論: 海底地震に伴う津波の伝播の数値解析では，浅水方程式系に基づく数値モデルを用いることが多い．その場合，水平方向流速の鉛直分布，並びに，鉛直方向流速が，理論上無視される．また，海洋において，海水が密度分布を有するが，通常，その効果は，考慮されない．そこで，本研究では，変分原理を適用して得られた非線形波動方程式系に基づく数値モデルを適用し，津波の生成，または，伝播の 1 次元数値解析を行ない，津波の生成や伝播に対する流速分布及び密度分布の影響に関して調べる．

流速分布の考慮に関し，岩瀬（2005）は，Boussinesq 型の方程式系に基づく数値モデルを採用し，分散項の違いが津波伝播の解析結果に与える影響を調べた．本研究では，速度ポテンシャルを静水面からの鉛直距離 z のべき級数に展開し，考慮する展開項を変えた数値解析を行ない，生成・伝播する津波の水面形の計算結果を比較する．

また，海洋の密度が 2 層に分布していると仮定し，密度成層が津波の伝播にもたらす影響を調べる．

2. 数値解析法: 非粘性・非圧縮性流体の非回転運動に対して，速度ポテンシャルを $\phi_i(\boldsymbol{x},z,t)=\sum_{\alpha=0}^{N-1}\left\{f_{i,\alpha}(\boldsymbol{x},t)\cdot z^{\alpha}\right\}$ と書く．多層流体に対する柿沼（2000）の汎関数を認めると，次式のような 2 層問題の方程式系が得られる．

［第 1 層（上層）］

$$\zeta^{\alpha}\frac{\partial\zeta}{\partial t}-\eta^{\alpha}\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{1}{\alpha+\beta+1}\nabla\left\{\left(\zeta^{\alpha+\beta+1}-\eta^{\alpha+\beta+1}\right)\nabla f_{1,\beta}\right\}-\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1}\left(\zeta^{\alpha+\beta-1}-\eta^{\alpha+\beta-1}\right)f_{1,\beta}=0 \tag{1}$$

$$\zeta^{\beta}\frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t}+\frac{1}{2}\zeta^{\beta+\gamma}\nabla f_{1,\beta}\nabla f_{1,\gamma}+\frac{1}{2}\beta\gamma\zeta^{\beta+\gamma-2}f_{1,\beta}f_{1,\gamma}+g\zeta=0 \tag{2}$$

［第 2 層（下層）］

$$\eta^{\alpha}\frac{\partial\eta}{\partial t}-b^{\alpha}\frac{\partial b}{\partial t}+\frac{1}{\alpha+\beta+1}\nabla\left\{\left[\eta^{\alpha+\beta+1}-b^{\alpha+\beta+1}\right]\nabla f_{2,\beta}\right\}-\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta-1}\left\{\eta^{\alpha+\beta-1}-b^{\alpha+\beta-1}\right\}f_{2,\beta}=0 \tag{3}$$

$$\eta^{\beta}\frac{\partial f_{2,\beta}}{\partial t}+\frac{1}{2}\eta^{\beta+\gamma}\nabla f_{2,\beta}\nabla f_{2,\gamma}+\frac{1}{2}\beta\gamma\eta^{\beta+\gamma-2}f_{2,\beta}f_{2,\gamma}+g\eta+\frac{(\rho_2-\rho_1)}{\rho_2}gh_1-\frac{\rho_1}{\rho_2}\left(\eta^{\beta}\frac{\partial f_{1,\beta}}{\partial t}+\frac{1}{2}\eta^{\beta+\gamma}\nabla f_{1,\beta}\nabla f_{1,\gamma}+\frac{1}{2}\beta\gamma\eta^{\beta+\gamma-2}f_{1,\beta}f_{1,\gamma}+g\eta\right)=0 \tag{4}$$

ここで，ζ，η，b，h_i 及び ρ_i は，それぞれ，水面変動，界面変動，底面変動，第 i 層の静水深及び第 i 層の密度である．また，$\nabla=(\partial/\partial x,\partial/\partial y)$ は，水平方向の微分演算子である．重力加速度 g は，9.8 m/s^2 とする．1 層問題の方程式系も，同様にして得られる．基礎方程式系を Nakayama・Kakinuma（2010）と同様の差分法を用いて解く．

3. 津波の生成に対する流速分布の影響: 津波の生成を対象とした Hammack（1973）による，水槽端部における水面変動の実験結果と，数値解析結果の比較を**図 1** に示す．ここで，水槽の一端の鉛直壁に接する幅 B の領域の底面を空間的に一様に隆起させ，隆起量 $(b+h_0)$ の時間変化を $b+h_0=b_0(1-e^{-\alpha t})$ $(t\geqq 0)$ で与えている．初期水深は，$h_0=B/12.2$ であり，$b+h_0=2b_0/3$ となる時刻を $t=t_c$ とする．隆起速度が比較的大きく，$b_0/h_0=0.2$ and $t_c\sqrt{gh_0}/B$ = 0.069 である impulsive motion と，隆起速度が比較的遅く，$b_0/h_0=0.1$ and $t_c\sqrt{gh_0}/B=0.39$ である transitional motion の両者において，速度ポテンシャルの展開項数 N を 3 とした場合，本モデルの計算結果は，実験結果とほぼ一致し，柿沼・秋山（2006）による 3 次元数値解析結果との一致度も非常に高く，非線形性・分散性が精度よく考慮されていることがわかる．**図 2** では，同一の場合の，$N=1$〜3 としたときの各計算結果を比較している．$N=1$ とすると，本モデルの基礎方程式系は，非線形浅水方程式系となるが，impulsive motion において，津波の tail に発生する短周期波が再現されていない．なお，$N=2$ とすると，水平方向流速の線形の鉛直分布と，一様な鉛直方向流速が考慮され，また，$N=3$ とすると，水平方向流速の z^2 までの鉛直分布と，鉛直方向流速の線形の鉛直分布が考慮される．他方，transitional motion においては，$N=1$ としても精度のよい結果が得られている．

4. 津波の伝播に対する流速分布の影響: 初期静水深を 4,000 m とし，底面の $0\,\mathrm{km}\le x\le 15\,\mathrm{km}$ の部分を $-20\,\mathrm{s}\le t\le 0\,\mathrm{s}$ の時間に一定速度で空間的に一様に 2 m 隆起させる．鉛直壁が $x=0\,\mathrm{km}$ にある．$N=1$ として得られる $t=0$ s における水面形を津波の初期波形として水面に与え，$t=0$ s における速度ポテンシャルを至る所で 0 として，$t>0\,\mathrm{s}$ に

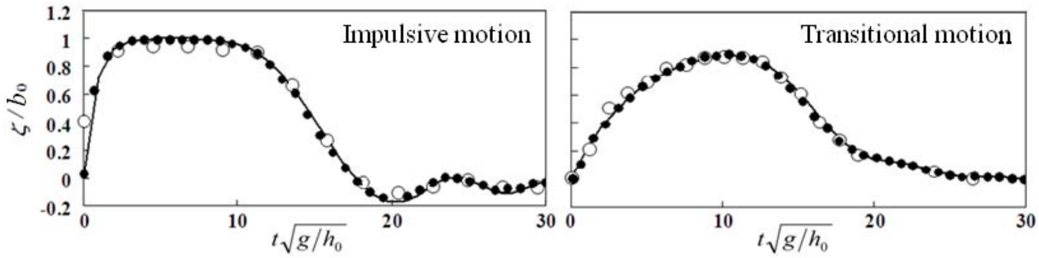

図 1 隆起域と接する水槽端における水面変動の時間変化（○: Hammack（1973）の実験結果, ●: 柿沼・秋山（2006）の 3 次元数値解析結果, ー: $N = 3$ としたときの本モデルによる数値解析結果）

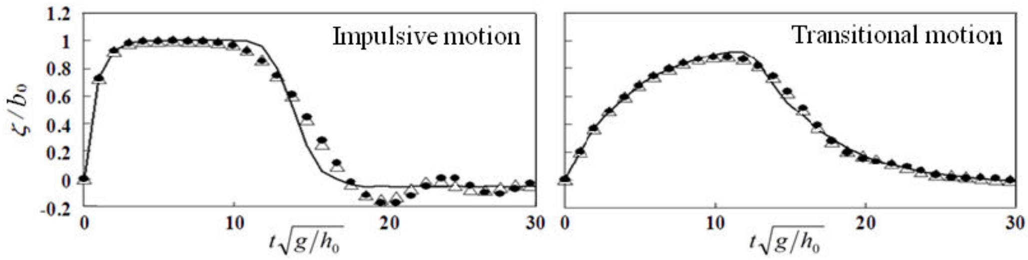

図 2 隆起域と接する水槽端における水面変動の時間変化の本モデルによる数値解析結果（ー: $N = 1$, △: $N = 2$, ●: $N = 3$）

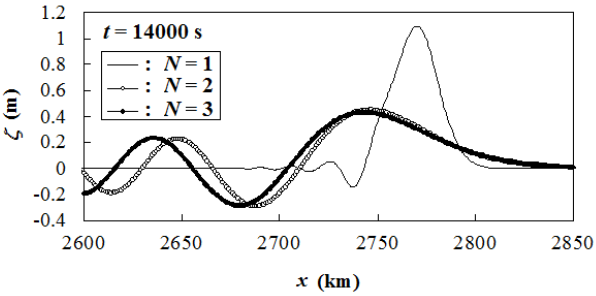

図 3 $N = 1$〜3 としたときの津波波形の数値解析結果

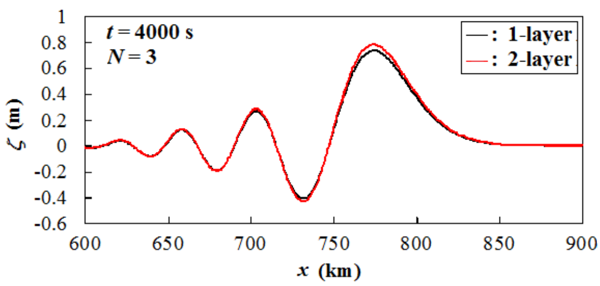

図 4 津波波形の数値解析結果の 1 層と 2 層の場合の比較

おける津波の伝播を解析した．$N = 1$〜3 としたときの，$t = 14{,}000$ s における津波波形を**図 3** に示す．分散性を比較的十分に考慮した $N = 3$ の場合に津波の波長が最大となっている．これと比較して，非分散を仮定して $N = 1$ とした場合の結果では，津波高さが 2 倍以上に過大評価され，また，第 1 峰のピークの到達時刻が早くなっている．

5. 津波の伝播に対する密度分布の影響: 上・下層の密度がそれぞれ 1020.26 及び 1023.26 kg/m^3 である 2 層流体の上・下層の静水深をそれぞれ 150 及び 3,850 m とし，底面の $0\,\mathrm{km} \le x \le 15\,\mathrm{km}$ の部分を $0\,\mathrm{s} \le t \le 20\,\mathrm{s}$ の時間に一定速度で空間的に一様に 2 m 隆起させ，津波の生成から伝播に至る過程を解析した．鉛直壁が $x = 0\,\mathrm{km}$ にある．$N = 3$ としたときの，$t = 4{,}000$ s における水面形を**図 4** に示す．2 層流体の場合に，1 層の場合と比較して，特に，第 1 波の波高がやや大きくなる．しかしながら，津波の到達時刻に対しては，南アメリカ大陸のチリ沿岸で発生した津波が日本に伝播するような遠地津波の場合においても，密度分布の影響は，殆ど現れないと考えられる．

6. 結　論: 底面の隆起速度が比較的大きい場合，浅水方程式系を適用すると，津波の tail に発生する短周期波を再現できない可能性がある．水平方向流速の z^2 までの鉛直分布と，鉛直方向流速の線形の鉛直分布とを考慮すると，Hammack（1973）による impulsive motion と transitional motion の両者の津波生成の実験結果を本数値モデルによって正確に再現できた．また，津波の伝播解析において，浅水方程式系を適用した場合，津波高さを過大評価し，波長を短く見積もる可能性がある．更に，2 層流体の場合に，1 層の場合と比較して津波の波高がやや大きくなる．しかしながら，遠地津波の場合においても，密度分布は，津波の到達時刻に殆ど影響しないと考えられる．

参考文献

岩瀬浩之 (2005): 津波発生域から沿岸域までの分散効果を取り入れた数値モデルの研究, 東北大学大学院博士論文, 166p.

柿沼太郎 (2000): 非線形緩勾配方程式の内部波への拡張, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp. 1-5.

柿沼太郎・秋山　実 (2006): 海底地形の変動に伴う津波発生過程の数値解析, 土木学会論文集, Vol. 62, pp. 388-405.

Hammack, J. L. (1973): A note on tsunamis: their generation and propagation in an ocean of uniform depth, J. Fluid Mech., Vol. 60, pp. 769-799.

Nakayama, K. and Kakinuma, T. (2010): Internal waves in a two-layer system using fully nonlinear internal-wave equations, Int. J. Numer. Meth. Fluids, Vol. 62, pp. 574-590.