

円筒タンクに設置した重り付浮屋根の最適振子長と減衰定数

正会員 高西 照彦

九州産業大学 フェロー 水田 洋司

1. はじめに

著者らは前論¹⁾において、底面からの入力を受けて生ずる円筒タンク内容液のスロッシング振動を低減することを目的として、タンク内に制振装置として働く重り付浮屋根を設置すれば、その制振作用が期待できることを示した。重り付浮屋根の制振作用を最大限に発揮させるためには、図-1に示すように、浮屋根に吊下げられた単振子の振子の長さ l とその減衰定数 h_ψ とが最適値をとるように設計しなければならない。

図-1に示した重り付浮屋根を設置した円筒タンクのスロッシング振動は、浮屋根が剛な場合、浮屋根の回転角 β と振子の振れ角 ψ で表される2自由度振動系として取扱ってもよい。一般に、制振装置を設置するような構造物は構造物自体が有する減衰作用は非常に小さいので、当該構造物に制振装置を設置するときには、構造物自体の減衰定数を0と見做して制振装置の振動特性値（ばね定数或いは振子長及び減衰定数）の最適値が定められている。これらの最適値を理論的に求める方法については既によく知られている²⁾。しかし、構造物自体の減衰定数は小さいがそれを全く無視することが出来ないような場合に、この構造物に制振装置を設置しようとするとき、その振動特性値の最適値を知ることが必要になるが、これを理論的に求める方法に関しては、数値解析を行うことによってその実用式を示した池田ら³⁾による研究がある。

本論は浮屋根の減衰定数 h_β を考慮した場合について、制振装置としての単振子に対する最適振子長と最適減衰定数とを理論的に求める方法を提案し、数値計算を行うことによって本方法の適用例を示したものである。

2. 理論の概要

図-1に示すような円筒タンクが水平加振を受けた場合、その内容液-浮屋根-単振子系の振動に対する厳密解を求めることは困難であるから、本論では以下に述べるような仮定及び条件の下にその解析を行った。

- (a) 内容液は完全流体で渦無し流れである。
- (b) 浮屋根の回転角 β と振子の振れ角 ψ は小さい。
- (c) 浮屋根と振子の支点とを結ぶ連結部材である三角

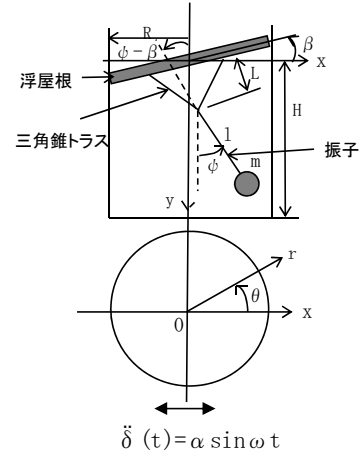


図-1 重り付浮屋根を設置した円筒タンクと座標系

錐トラスについては、その弾性変形を考慮することにして、その変形量は e を比例係数として、 $\gamma = e(\psi - \beta)$ によって表される。

上記の仮定及び条件の下で浮屋根と単振子に対する振動方程式を導けば、次式が得られる。

$$(J_f + R \sum_{m=1}^{\infty} A_m) \ddot{\beta} + c_\beta \dot{\beta} + \{g \sum_{m=1}^{\infty} A_m k_m R \cdot \tanh k_m H + (m - \rho_w V) g L (1 - e)\} \beta - (m - \rho_w V) \cdot g L (1 - e) \psi = -\ddot{\delta} \sum_{m=1}^{\infty} A_m k_m R \tanh k_m H \quad (1)$$

$$(m + \Delta m) L (1 - e) \ddot{\psi} + \bar{c}_\beta \dot{\psi} + (m + \Delta m) (l + Le) \ddot{\psi} + c_\psi \dot{\psi} + (m - \rho_w V) g \psi = -m \ddot{\delta} \quad (2)$$

ここに、 g は重力の加速度、 R, H, ρ_w はタンクの内径、水深、内容液の密度、 l は振子長、 $m, V, \Delta m$ は球形の重りの質量、体積、付加質量(= $0.5 \rho_w V$)、 L は三角錐トラスの高さ、 J_f は浮屋根の慣性モーメント、 $c_\beta, \bar{c}_\beta, c_\psi$ は減衰係数である。浮屋根と単振子の固有円振動数を n_β, n_ψ 、減衰定数を h_β, h_ψ としたとき、

$$c_\beta = 2h_\beta n_\beta (J_f + R \sum_{m=1}^{\infty} A_m) \quad (3-a)$$

$$\bar{c}_\beta = 2h_\beta n_\beta (m + \Delta m) L (1 - e) \quad (3-b)$$

$$c_\psi = 2h_\psi n_\psi (m + \Delta m) (l + Le) \quad (3-c)$$

k_m は $J'_1(k_m R) = 0$ を満たす m 番目の根である。また、

$$A_m = 2\pi \rho_w R^4 \coth k_m H / \{k_m^3 R^3 (k_m^2 R^2 - 1)\} \quad (4)$$

図-1に示す円筒タンクがその底面から円振動数 ω の定常入力を受けたときの浮屋根の回転角 β は式(1), (2)において、 $\ddot{\delta} = a e^{i\omega t}$, $\beta = \Gamma e^{i\omega t}$, $\psi = \Psi e^{i\omega t}$ とにおいて、これを Γ と Ψ について解けば得られ

て、 $\Gamma = f(\omega, l, h_\beta, h_\psi)$ という形で表すことができる。ここに、 $f(\omega, l, h_\beta, h_\psi)$ は引数 $\omega, l, h_\beta, h_\psi$ によって定まる関数である。したがって、浮屋根の応答曲線は $|\Gamma|$ によって求めることができる。

いま、 h_β を与えられた一定値として、必要とする範囲内におけるすべての ω の値に対して $|\Gamma|$ の最大値が最小になるような l, h_ψ の値を見出すことができれば、これらの値が重り付浮屋根における単振子の最適振子長及び最適減衰定数となる。 $h_\beta = 0$ の場合については、前述のように、これら 2 つの最適値を求める理論はよく知られており、それは、 ω に対する $|\Gamma|$ の応答曲線が l, h_ψ のいかなる値に対しても 2 個の定点を通るという性質を利用して導かれたものである。しかし、 $h_\beta \neq 0$ の場合にはこのような定点が存在しないので、上記の理論を適用することができない。したがって、本論では次のような方法によって l, h_ψ の最適値を定めることとした。すなわち、次の 3 つの方程式

$$\frac{\partial}{\partial \omega} |f(\omega_i, l, h_\beta, h_\psi)| = 0, \quad (i = 1, 2) \quad (5)$$

$$|f(\omega_1, l, h_\beta, h_\psi)| = |f(\omega_2, l, h_\beta, h_\psi)| \quad (6)$$

$$|f(\omega_1, l, h_\beta, h_\psi)| < |f(\omega_0, l, 0, h_\psi)| \quad (7)$$

を同時に満たすようにこれらの値を定めることにした。ここに、 ω_1, ω_2 は式 (5) の方程式の 2 つの根であり、 ω_0 は $h_\beta = 0$ の場合における定点の円振動数である。

式 (5) は与えられた l, h_ψ に対して $|\Gamma|$ の応答曲線が極大値を取るとき ω の値 ω_1, ω_2 を求める式であり、式 (6) は ω_1, ω_2 において応答曲線の極大値が等しくなるような l を求める式である。ここで、 $|\Gamma|$ の最大値を最小にするという条件を満たすように l, h_ψ を定めるのは難しいことから、求める応答曲線の最大値は $h_\beta = 0$ の場合における定点の $|\Gamma|$ の値よりも小さいと云う条件を表す式 (7) を用いることにした。

上記の 3 つの方程式は ω, l, h_ψ について非線形であるから、その解析解を導くことは困難である。したがって、本論では、式 (5), (6) を逐次近似的に解くことによってこれらの値を求めることにした。

3. 数値計算例及び考察

本章では、前章で述べた方法に従って制振装置の最適値を求めた計算例を示すことにする。

計算例として取り上げたのは図-1 に示すような重り付浮屋根を設置した円筒タンク模型で、その寸法及び諸定数については既に参考文献 1) に示して

あるので、ここではそれらについては重ねて述べないことにする。

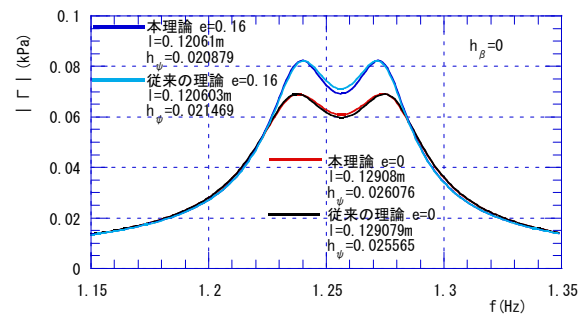


図-2 浮屋根回転角 β の振動数応答曲線

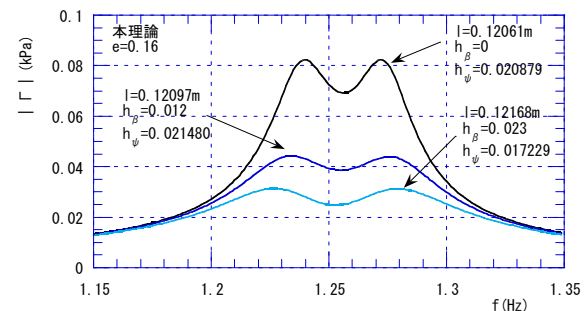


図-3 浮屋根回転角 β の振動数応答曲線 (最適値に対する h_β の効果)

数値計算は $h_\beta = 0, 0.012, 0.023$ の 3 通りの場合を選び、三角錐トラスの弾性を表す係数は $e = 0, 0.16$ の 2 通りに変えて行った。さらに、加振加速度の振幅は 2 gal とした。

得られた結果を図-2, 3 に示す。図-2 は $h_\beta = 0$ のとき、それぞれ $e = 0$ と 0.16 の場合について、既によく知られている従来の理論によって求めた浮屋根の回転角 β に対する振動数応答曲線と本論とを用いて求めたそれとを比較して示したものである。同図から両者の結果はよく一致していることが分かる。図-3 は $e = 0.16$ の場合について、 h_β が応答曲線に及ぼす効果を知るために h_β の値を 0, 0.012, 0.023 の 3 通りに変えて、本論の方法に従って算出した結果を示したものである。当然のことながら、 h_β が大きくなるに従って β の応答の最大値は小さくなっていることが分かる。

- 1) 高西・水田・川口：一自由度振動系を設置した浮屋根による円筒タンクのスロッシング波高の低減，構造工學論文集，V01. 55A，2009. 3.
- 2) デン・ハルトック（谷口・藤井共訳）：機械振動論，コロナ社，1971.
- 3) 池田・五百井：減衰を有する振動系の動吸振器について，日本機械学会論文集，43 巻 369 号，1977.5.