

都市型水害ハザードマップ作成に向けた数値流体解析法の比較

九州大学	学生会員	○ 藤本 啓介
九州大学大学院	正会員	浅井 光輝
九州大学大学院	正会員	園田 佳巨

1. 緒言

近年, 地球温暖化の影響か, 各地でゲリラ豪雨による水害が後をたたない. これまでの水害対策は, 各地方自治体が発行するハザードマップ, 及び過去に経験した水害報告を参考に検討したものであり, おもに河川の外水氾濫による「洪水型水害」を念頭に置いたものである. ゲリラ豪雨時の内水氾濫を含む「都市型水害」を未然に防ぐには, 地上の氾濫と下水管の流れの両者を加味したハザードマップを早急に完備する必要がある. 図-1 に 2 次元化した地上氾濫解析モデルと下水管のモデルを示す. そこで本研究では, まずは地上の氾濫を短時間で予測する解析技術を選別することを目的とし, 異なる 2 種類の解析法の比較を行った. 1 つは, 地上の開水路問題を浅水長波方程式としてモデル化することで 2 次元化し, これを安定化 FEM で解く手法であり, 他方は, 近年注目されているメッシュフリー解析法のひとつである粒子型解法 SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics) を用いた.

2. 解析ソルバー

2 次元化 FEM では, 与えられた方程式を 3 次元から 2 次元に簡略化し, FEM で離散化を行った. それに対し, SPH では与えられた方程式を 3 次元のまま直接的に SPH で離散化を行った.

2.1 近似による 2 次元 FEM

流体は, 非圧縮性流体であると仮定すると, 流体運動は Navier-Stokes の運動方程式と Euler の連続方程式より記述される.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \mathbf{f} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

ここに, $\mathbf{u}$ は波による水粒子の $\mathbf{x}$ 方向の流速, p は圧力, ρ は密度, $\mathbf{f}$ は物理力であり, $\mathbf{f}=[0,0,-g]$ で与えられる. なお, g は重力加速度, $\boldsymbol{\tau}$ は粘性による応力テンソルを表す. 今鉛直方向(z 方向)の運動は微小であると仮定すると, 鉛直方向の運動方程式は式(3)となる.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g = 0 \quad (3)$$

浅水長波方程式(4), (5)は, 式(1), (2), (3)を水深方向に積分し, 水面と水底での境界条件および水平方向の平均流速を導入することにより導かれる.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{UH}) = 0 \quad (4)$$

$$\int_{-h}^{\zeta} \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \right] dz = 0 \quad (5)$$

$$(H = h + \zeta, \quad \mathbf{U} = \frac{1}{h + \zeta} \int_{-h}^{\zeta} \mathbf{u} dz)$$

2 次元化された上式(4)(5)を安定化 FEM で離散化する. なお, 導出過程, 離散化は文献¹⁾に委ねることとする.

2.2 3 次元 SPH 法

SPH 法は Lagrange 記述に基づく解法であるため, 前述の支配方程式(1), (2)を以下のように書き直す.

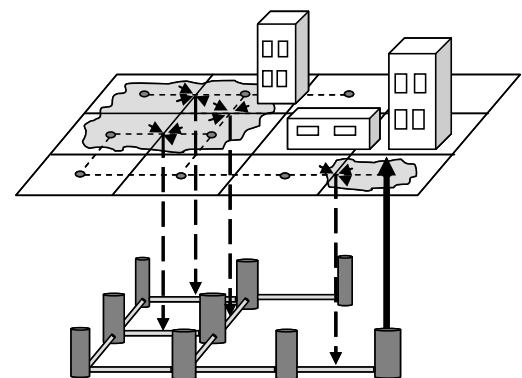
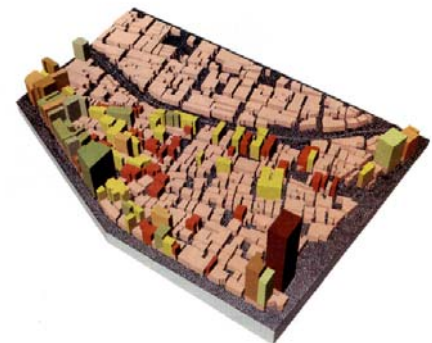


図-1 地上氾濫と下水管流れの
2次元化モデル

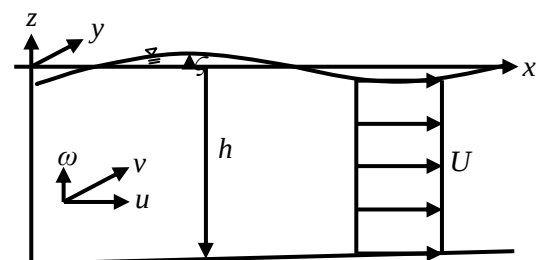


図-2 座標系

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla p - \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau - \mathbf{f} = 0 \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (7)$$

SPH 法は格子を必要としない離散化解析手法であり、粒子上（計算点）に解くべき物理量を与える。このとき、物理量は影響範囲内に空間分布していることを想定して、その分布形状を kernel 関数により与え、空間内の物理量は影響半径内に存在する粒子上での物理値を平滑化することにする。すなわち、粒子 j 付近の微小体積を dx' として、粒子質量 m_j 、密度 ρ_j とすると、物理量 $f(x)$ は、

$$\nabla f(x) \cong \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \nabla W(x-x_j, h) \quad (8)$$

として近似する。同様に、空間微分に関する項は、次式により近似表現できる。

$$\begin{aligned} \nabla f(x) &\cong - \int f(x') \nabla W(x-x', h) dx' \\ &\cong - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \nabla W(x-x_j, h) \end{aligned} \quad (9)$$

流体を非圧縮性粘性流体と想定した Navier-Stokes 方程式(6)(7)を上式(8),(9)に従って離散化する。なお、Navier-Stokes 方程式の離散化の過程は Liu²⁾らの文献に委ねることにする。

3. 解析結果および考察

図-4 には、東京大学の本郷キャンパス周辺のモデルを作成し、浅水長波有限要素解析と SPH での解析を実施した例を示す。なお、ダムブレイクにより波を発生させることにした。

表-1 解析結果

	2次元 FEM	3次元 SPH 法
時間増分	0.0001	0.001
図-4	4000 ステップ	400 ステップ
解析時間	約 3 時間	約 20 時間
速度	○	◎
圧力	△	○

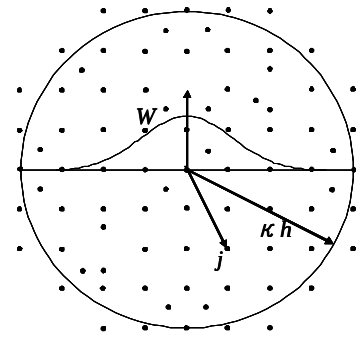
今回、流れと速度に関しては、どちらもほぼ同等であることが確認できた。しかし、圧力に関しては、2次元 FEM では各点に対する静水圧でしか評価することができないため、正確な値を得ることができない。故に、ハザードマップを作成するためであれば少し粗いが、2次元 FEM を用いて短時間で解析し、構造物の設計、詳細な圧力等を知る際には、3次元 SPH 法を用いる必要があることが確認できた。

4. 結言

今後は、都市型水害を念頭においた信頼性の高い氾濫予測技術の確立のために、安定化 FEM 解析ツールの改良に加え、最終的な目標として掲げている都市型水害用のハザードマップの作成のため、地表面だけでなく地下の複雑な下水管網の詳細なデータより、数値解析を用いて3次元空間の影響を反映した予測を行う予定である。

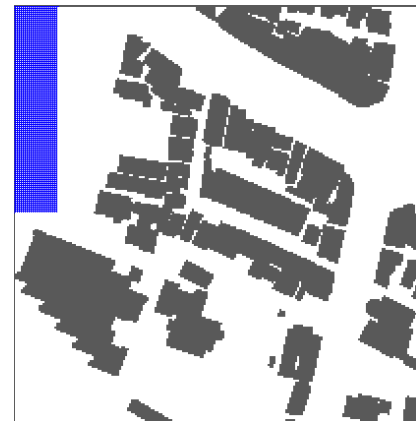
参考文献

- 1) 有限要素法による流れのシミュレーション
- 2) G.R.Liu, M.B.Liu : Smoothed Particle Hydrodynamics a meshfree particle method, World Scientific Publishing, 2003.

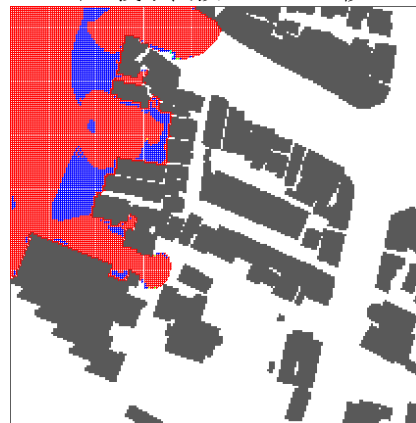


影響半径内の総粒子数 N 個

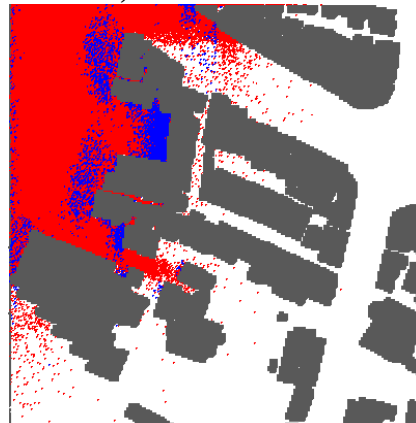
図-3 粒子配置と影響半径



a) 浅水長波 FEM 0 秒



b) 浅水長波 FEM



c) 3D-SPH

図-4 解析結果