

# 剛体-軸力線要素システムによるテンセグリティ構造の形態解析

佐賀大学大学院 学生会員 松永知子  
 佐賀大学 正会員 帯屋洋之  
 佐賀大学 正会員 井嶋克志

## 1. 研究目的

テンセグリティ構造とは、圧縮材と引張材による自己釣合システムで、狭義には圧縮材同士が接合されない構造系のことを指す。一方で、構造設計者の力学的要求と意匠の形状に関する要求を同時に満たす形状の生成には大きな意義があり、テンセグリティ構造の最適形状の決定法が見つかれば、意匠と力学的合理性を兼備した設計が可能となる。そこで本研究では、接線剛性法による形態解析プログラムにおいて、要素長によって軸力が決まる仮要素である軸力線要素を引張材として用い、圧縮材には(1)実剛性を有するトラス要素と、(2)要素長を拘束できる仮要素である剛棒要素を用いた場合の釣合形状、不平衡力の収束状況について比較検討を行った。接線剛性法とは、変位法の拡張理論で、現実には表現が不可能な非線形剛性方程式を定式化したり、要素挙動の理想化以外の近似概念を導入する必要がなく、厳密な適合条件、および平衡条件を用いて形成された反復ループによって、不平衡力を収束する手法を用いるもので、他の手法に比べて、非常に高い収束性能を発揮する。

## 2. 解析手法

**軸力線要素**：図-1のような長さ  $l$  の軸力線の要素力係数を  $C$ 、要素力乗数を  $n$  とすると、

$$\text{要素ポテンシャル } P \text{ は、} \quad P = Cl^n \quad (1)$$

$$\text{となるので、軸力 } N \text{ は、} \quad N = n C^{n-1} \quad (2)$$

式(3)は、それぞれこの時の接線剛性方程式である。

$$\delta \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \delta \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{K} = nCl^{n-2} [\mathbf{e} + (n-2)\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\alpha}^T] \quad (4)$$

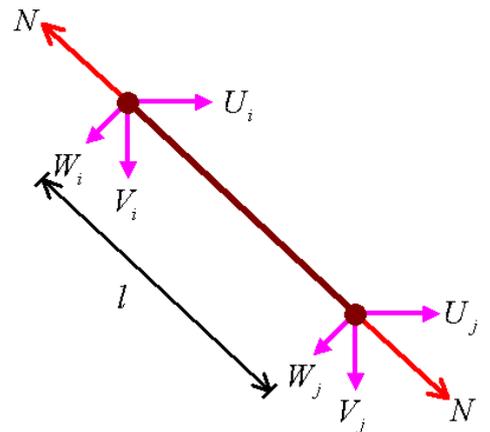


図-1 軸力線要素

特に、 $n=2$  の時には、(2)式は線形となる。

**剛棒要素**：図-2のような長さ  $2l$  の剛棒要素について、軸方向を第一軸に座標変換する前の節点力を  $\mathbf{U}_6 = [U_i \ V_i \ W_i \ U_j \ V_j \ W_j]^T$ 、節点座標変換後の集約点の力を  $\mathbf{U}_5 = [U_c \ V_c \ W_c \ Y_c \ Z_c]^T$  とすると、

$$\mathbf{U}_5 = \mathbf{B}\mathbf{U}_6 = \mathbf{B} \mathbf{K} \tilde{\mathbf{B}} \delta \mathbf{u}_6$$

と表わされる。ここで、 $U_6$  から  $U_5$  への変換マトリックス  $\mathbf{B}$  は、

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{\beta}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & -\frac{\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & 0 & -\frac{\beta}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & \frac{\alpha}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & 0 \\ \frac{\alpha\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & \frac{\beta\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & -\sqrt{1-\gamma^2}l & -\frac{\alpha\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & -\frac{\beta\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}l & \sqrt{1-\gamma^2}l \end{bmatrix}$$

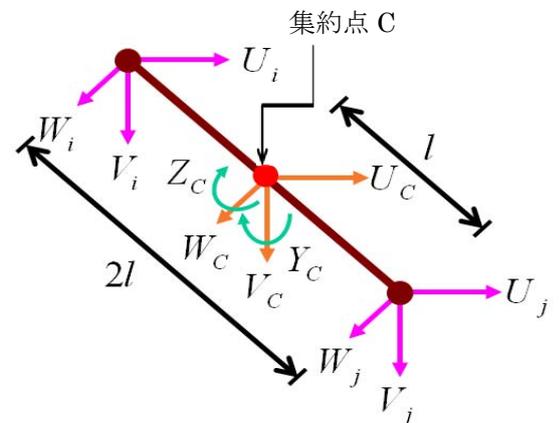


図-2 剛棒要素

となる。これにより、剛棒要素 1 つにつき、1 つ拘束条件が付与されることになる。

本研究では、要素力係数  $C = 2.0$ 、要素力乗数  $n = 2.0$ 、トラス材の剛性  $EA = 2000[N]$  として解析を行った。また、この時の剛棒の集約点の位置は、 $i$  点と  $j$  点の midpoint である。

### 3. 解析結果

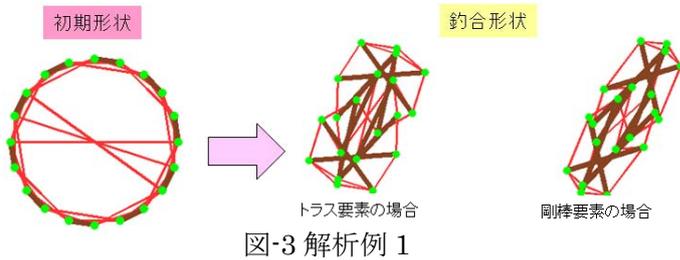


図-3 解析例 1

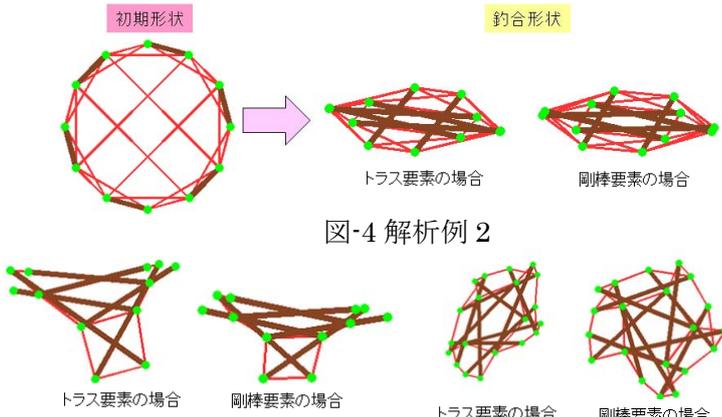


図-4 解析例 2

図-7 解析例 3

図-8 解析例 4

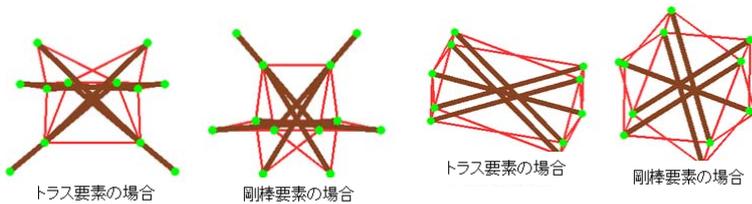


図-9 解析例 5

図-10 解析例 6

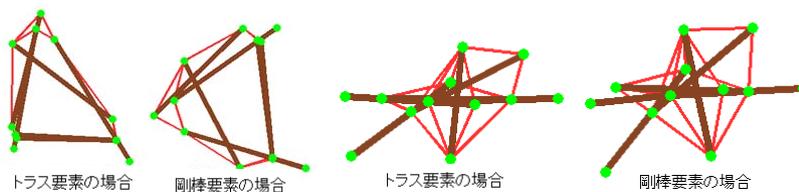


図-11 解析例 7

図-12 解析例 8

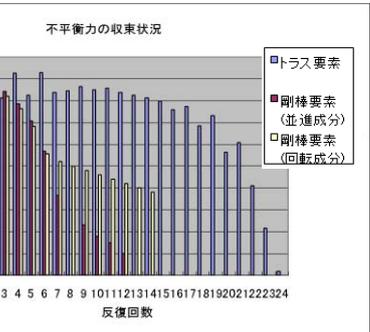


図-5 解析例 1 における不平衡力の収束状況

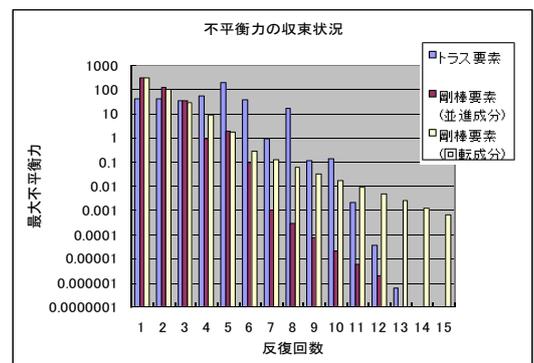


図-6 解析例 2 における不平衡力の収束状況

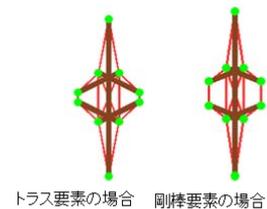


図-13 解析例 9

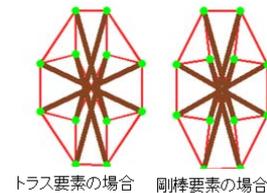


図-14 解析例 10

### 4. 結果・考察

解析結果より、釣合時の形状はどの例においてもほぼ同じ形になっているが、初期要素配置などの条件によっては、図-3、8 のように一平面上で釣り合った形状のものや、図-10 のように違う形状になるものもある。また、図-5、6 は最大不平衡力の収束状況を表している。これによれば、トラス要素を圧縮材に用いた場合では不平衡力が途中から急激に減少していくという厳密な定式化を行った場合の接線剛性法の典型的な収束過程の特徴が見られるが、剛棒要素を用いた場合では、厳密な接線剛性を用いたことにならず、比較的緩やかな収束過程となっている。

### 5. まとめ

これによって、テンセグリティ構造の居住空間としての実構造物や宇宙構造物への応用や、デザイン性に富んだ構造物の生成に繋がる可能性がある。また、折り紙工学との融合により、テンセグリティ構造と膜の合成構造物や、畳み込み解析などに発展することも期待できる。