

## 水分特性曲線のヒステリシスに関するインクビンモデルに基づく考察

|               |      |       |
|---------------|------|-------|
| 鹿児島大学         | 学生会員 | ○稲垣祐輔 |
| (株)ダイヤコンサルタント | 正会員  | 荒木功平  |
| 立命館大学 GIRO    | 正会員  | 酒匂一成  |
| 鹿児島大学         | 正会員  | 北村良介  |

## 1. はじめに

不飽和土の水分特性曲線は吸水過程と排水過程で異なる曲線(ヒステリシス曲線)を描き、飽和度(含水比、体積含水率)によって一義的には決まらない。酒匂ら<sup>1)</sup>は粒径加積曲線、土粒子密度、間隙比を入力パラメータとし、水分特性曲線を求められる数値力学モデル(以下、KITA-SAKO モデルと称する)を提案している。大坪ら<sup>2)</sup>は、KITA-SAKO モデルにおいて、水の接触角を変化させることにより水分特性曲線のヒステリシスが表現できることを示している。

本稿では、水分特性曲線のヒステリシス挙動を KITA-SAKO モデルで評価できるようにすることを目指し、ヒステリシス挙動を説明するための代表的なモデルであるインクビンモデルを用い、ヒステリシス挙動を定量的に評価することを試みている。

## 2. インクビンモデル

図-1 はインクビンを 2 つ連ねた状態を示す。インクビンの半分の高さを  $h_1$ 、底面の半径を  $r_0$ 、インクビンの傾きを  $\alpha$  とする。

インクビン中の水の表面張力による水柱の高さを  $h$  とし、力の釣り合い式を考えると次式のようなになる。ここでは、インクビン中の水の壁面との接触角はインクビンの傾き  $\alpha$  と等しいとしている。

$$r_w \cdot \int_0^h \pi \cdot r^2 dh = 2\pi r \cdot Ts \cos \alpha \quad \dots (1)$$

ここに、 $r_w$ :水の単位体積重量

$r$ :ある高さ  $h$  の半径

$Ts$ :表面張力

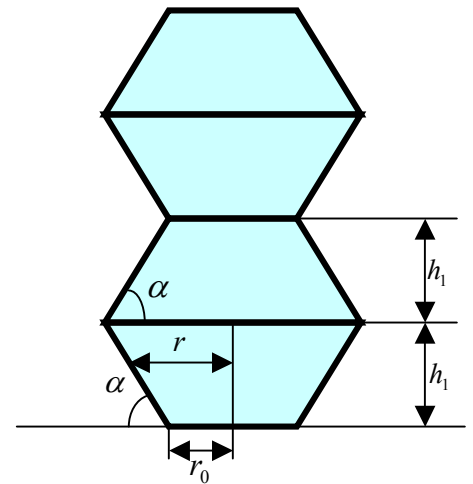


図-1 インクビンモデル

底面から水面までの高さを  $h$ 、底面の半径  $r_0$  とすると、次式が導かれる。

$$0 \leq h \leq h_1 \text{ の時}$$

$$r = Ah + r_0$$

$$2\pi r \cdot Ts \cos \alpha = r_w \cdot \pi \cdot \left( \frac{A^2 h^3}{3} + A r_0 h^2 + r_0^2 h \right) \quad \left( A = \frac{1}{\tan \alpha} \text{ とする} \right)$$

$r_0$  に関する 2 次方程式を解くと、次式のようなになる。

$$r_0 = \frac{\left( \frac{2Ts \cos \alpha}{r_w} - Ah^2 \right) \pm \sqrt{-\frac{1}{3} A^2 h^4 + \frac{4Ts^2 \cos^2 \alpha}{r_w^2} + \frac{4Ts \cos \alpha}{r_w} Ah^2}}{2h} \quad \dots (2)$$

同様にして、

$$h_1 \leq h \leq 2h_1 \text{ の時}$$

$$r = 2Ah_1 + r_0 - Ah$$

$$r_0 = \frac{Ah^2 + 2Ah_1^2 - 4Ah_1h + \frac{2Ts \cos \alpha}{r_w}}{2h}$$

$$\pm \sqrt{-\frac{1}{3}A^2h^4 + 4A^2h_1^2h^2 - 8A^2h_1^3h + 4A^2h_1^4 + \frac{4Ts^2\cos^2\alpha}{r_w^2} - \frac{4Ts\cos\alpha}{r_w}Ah^2 + \frac{8Ts\cos\alpha}{r_w}Ah_1^2} \dots (3)$$

$$2h$$

$2h_1 \leq h \leq 3h_1$  の時

$$r = r_0 + Ah - 2Ah_1$$

$$r_0 = \frac{-Ah^2 - 2Ah_1^2 + 4Ah_1h - \frac{2Ts\cos\alpha}{r_w}}{2h}$$

$$\pm \sqrt{-\frac{1}{3}A^2h^4 + 12A^2h_1^2h^2 - 40A^2h_1^3h + 36A^2h_1^4 + \frac{4Ts^2\cos^2\alpha}{r_w^2} + \frac{4Ts\cos\alpha}{r_w}Ah^2 - \frac{24Ts\cos\alpha}{r_w}Ah_1^2} \dots (4)$$

$$2h$$

$3h_1 \leq h \leq 4h_1$  の時

$$r = r_0 + 4Ah_1 - Ah$$

$$r_0 = \frac{Ah^2 + 12Ah_1^2 - 8Ah_1h + \frac{2Ts\cos\alpha}{r_w}}{2h}$$

$$\pm \sqrt{-\frac{1}{3}A^2h^4 + 24A^2h_1^2h^2 - 112A^2h_1^3h + 144A^2h_1^4 + \frac{4Ts^2\cos^2\alpha}{r_w^2} - \frac{4Ts\cos\alpha}{r_w}Ah^2 + \frac{48Ts\cos\alpha}{r_w}Ah_1^2} \dots (5)$$

$$2h$$

### 3. 数値計算結果と考察

図-2 は式(2)、(3)、(4)、(5)から得られた底面から水面までの高さ  $h$  と底面の半径  $r_0$  の関係を示している。入力値は  $h_1 = 1.5\text{mm}$ 、 $\alpha = 45^\circ$ 、 $\rho_w = 1\text{g/cm}^3$ 、 $Ts = 7.348\text{E} \times 10^{-2}\text{N/m}$  である。高さ  $3\text{mm}$  から  $4.5\text{mm}$  は半径が増えている範囲 ( $2h_1 \leq h \leq 3h_1$ ) である。同じ半径であっても水面の高さが異なる位置が存在することがわかる。これより、吸水過程、排水過程で同じ力でも異なる位置で水面が静止する位置に対応するのではないかと考える。よって、この静止する位置の差から吸水過程、排水過程によって水分特性曲線が異なることが定量的に評価する手法につながると考える。

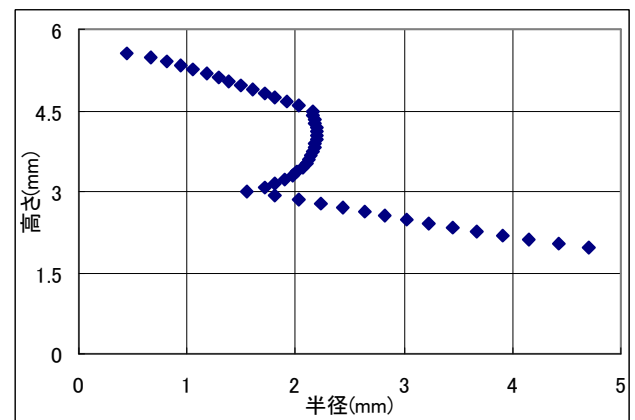


図-2 底面から水面までの高さとの半径の関係

### 4. おわりに

本稿では、インクビンモデルを用いて、インクビンの底面の半径とその時に表面張力によって釣り合う水面の高さとの関係を出し、考察を行った。今後は、本結果を踏まえ、KITA-SAKO モデルによってヒステリシスを有する水分特性曲線を描き、実験を行うことによって本研究の妥当性を検討していきたい。

本研究に対して、科研費(基盤(A))の援助をいただいた。ここに謝意を表します。

### 参考文献

- 1) K.Sako and R.Kitamura:A practical numerical model for seepage behavior of unsaturated soil, Soils and Foundations, Vol.46,No.5,pp.595-604,2006.
- 2) 大坪智博、荒木功平、北村良介:間隙モデルにおける水の接触角の影響とヒステリシスについて、平成 17 年度不飽和土勉強会発表要旨集、CD-ROM、2005.