

粒子法—FEM による流体-構造連成解析法に関する基礎研究

九州大学 学生会員 ○ 杉 隆紀
九州大学大学院 正会員 浅井 光輝
九州大学大学院 正会員 園田 佳巨

1. 緒言

近年，地球温暖化の影響により水害の規模増大が懸念されている．沿岸地域の安心・安全な生活には，防波堤などを含む沿岸構造物の合理的な設計が求められる．現在の沿岸構造物の設計では，ミニキンの公式や合田式（耐波工学）により波圧を静的な分布力として評価する簡便な設計が行われているが，動的な流体力を精緻に評価し，それを構造設計へと反映させることが望ましい．また，現状の設計式の多くは垂直壁のみを対象としており，複雑な形状の構造物への適用は困難である．

本研究では，上記の現状を鑑み，流体解析に粒子型解法である SMAC-SPH 法を用いた新規の流体—構造連成シミュレータの開発をし，流体力の時刻歴変動をそのまま構造解析へ反映させることを試みる．まずは，その基礎検討段階として，SMAC-SPH 法の流体力評価の精度検証を行った．

2. SMAC-SPH 法

SPH 法は主に圧縮性流体の数値解析手法として発展してきた．Monaghan らは SPH 法をベースとして状態方程式により疑似的に非圧縮性流体を解析する方法を提案したが，圧力ポアソン方程式を厳密に解いている訳ではなく，精度保障されるものではない．このため，酒井らは統一的な非圧縮性流体解法として，SMAC 法を導入した，SMAC-SPH 法を提案した．ここでは，この SMAC-SPH 法を概説する．

まず，非圧縮性 Navier-Stokes 方程式をラグランジュ的に表わす．

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{f} \quad (1)$$

ここで， \mathbf{u} は流速， ρ は密度， p は圧力， $\nu = \mu/\rho$ は動粘性係数， \mathbf{f} は体積力を示す．

次に，酒井らは Navier-Stokes 方程式の時間積分法として SMAC 法を導入した．つまり，圧力項についてのみ陰的に扱い，その他の項は陽的に時間積分するものである．このアルゴリズムによれば， t ステップでの流速は次式により更新することになる．

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \Delta t \left(-\frac{1}{\rho}\nabla p_{n+1} + \nu\nabla^2\mathbf{u}_n + \mathbf{f} \right) \quad (2)$$

上式では， p_{n+1} が未知変数であることから，流速の更新ができない．そこで，まずは前ステップでの流速圧力 p_n を用い，次式により仮の流速を予測する．

$$\mathbf{u}_{n+1}^* = \mathbf{u}_n + \Delta t \left(-\frac{1}{\rho}\nabla p_n + \nu\nabla^2\mathbf{u}_n + \mathbf{f} \right) \quad (3)$$

式(2)と式(3)の差をとれば，仮に更新した速度 \mathbf{u}_{n+1}^* との関係から $n+1$ ステップ目の速度は次のように修正できる．

$$\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_{n+1}^* - \Delta t \frac{1}{\rho}\nabla p' \quad (4)$$

ここで， p' は次式より定義する．

$$p_{n+1} = p_n + p' \quad (5)$$

つまり， p' さえ求めれば，式(4)より $n+1$ ステップ目の流速 \mathbf{u}_{n+1} が評価できる．

以下には p' の求め方を説明する． \mathbf{u}_{n+1}^* は連続の式を満足すべきであることから，式(4)の発散をとれば， p' に関するポアソン方程式が与えられる．

$$\nabla^2 p' = \frac{\rho}{\Delta t}\nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (6)$$

このポアソン方程式を近似的に解くため，式(6)の左辺を粒子場へと離散化する．

$$\nabla^2 p' = -2 \sum_{j=1}^n \frac{m_j}{\rho_j} \frac{p_j - p_i}{|x_{ij}|^2} x_{ij} \nabla W \quad (7)$$

また，式(6)の右辺は，

$$\nabla^2 p' = \rho_i \sum_{j=1}^n m_j \left(\frac{u_i}{\rho_i^2} + \frac{u_j}{\rho_j^2} \right) \nabla \cdot W \quad (8)$$

として粒子離散近似できる．

一連の流れを図-1 に示す．SMAC-SPH 法では，粒子速度を更新するために以下の 2 つのステップを踏む．まず，式(3) により仮に流速を陽的に求め（予測ステップ），次に非圧縮条件を満たすように式 (8)に示す圧力ポアソン方程式を陰的に解くことで流速を修正する（修正ステップ）ことで，非圧縮性を満足させながら粒子を移動させる半陰的解法である．

3. 解析

防衛大学校で実施した砂防えん堤モデルの荷重・変位計測実験の清水放流時の実験データを解析の比較対照とし，SPH 法による流体力評価の精度検証を行う．

図-2 に実験装置の概観を示す．清水は堰を取り外すことで流下させるものとし，分力計，圧力計の測定装

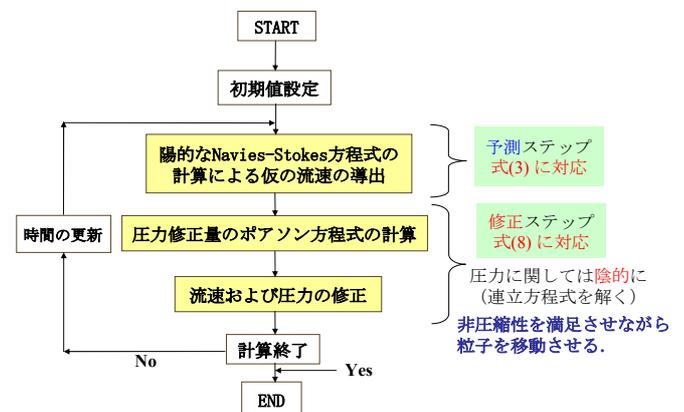


図-1 SMAC-SPH 法 解析フロー図

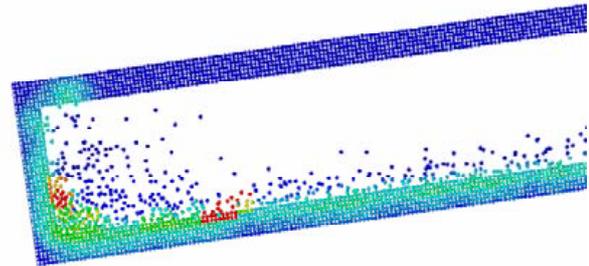
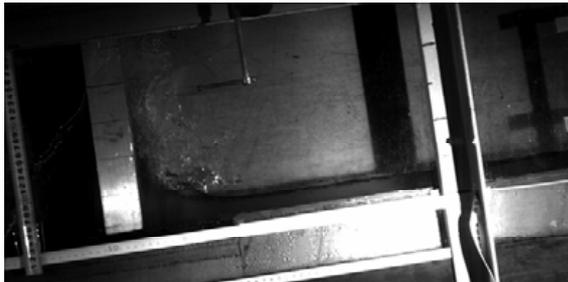
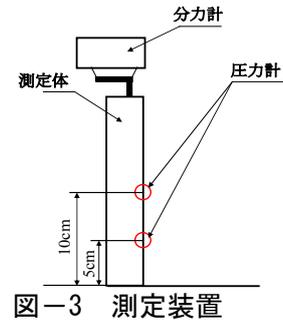
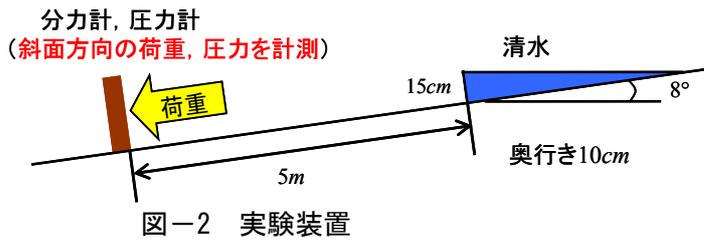


図-4 可視化比較

置が取り付けられた堰止め板の流体力を計測した. 図-3には分力計, 圧力計の配置図を示す.

3.1 解析条件

実験条件を模擬した解析条件を設定し, 間隔 1cm ごとに粒子を配置した解析モデルを使用し, 実験結果との比較検証を行った. 壁を含んだ総粒子数は 7826 個である. ここで, 時間増分は一定値 ($\Delta t=1.0 \times 10^{-3}$) とし, 20 秒間を 20,000 ステップで計算した. 解析における分力計は, 左端の壁粒子表面の圧力総和とした. また, 分圧計は実験と同位置における圧力を時系列で計測した.

3.2 可視化比較

実験動画をもとに解析との可視化比較を行った. 図-4 にその一部を示す. 砕波, 飛沫などの複雑な表面トポロジーの変化が定性的に表現されており, 粒子法による解析の特徴が確認できる.

3.3 分力計, 圧力計比較

分力計, 圧力計の実験データをもとに解析値との比較を行った. ここでは, 底面から 5cm の位置に取り付けられた圧力計と解析結果との比較を図-5 に示す. 同図では, 清水が堰止め板に到達しはじめてから約 2 秒間の計測値・計算値を比較する.

図より, 清水が堰止め板に到達するまでの時間はほぼ正確に表現されているが, 実験結果と比べると SPH 法による解析値は圧力の振動が激しすぎる結果となっている. ただし, 実験結果が移動平均値を示しているため, 実際の圧力値はこの平均値周りに擾乱した結果である. 今後は, 圧力センサの感度等の影響も考慮し計測結果の精度も把握した上で, 計算結果と公平な状態で比較検証をすることで, 数値結果の精度をより詳細に検証していく予定である.

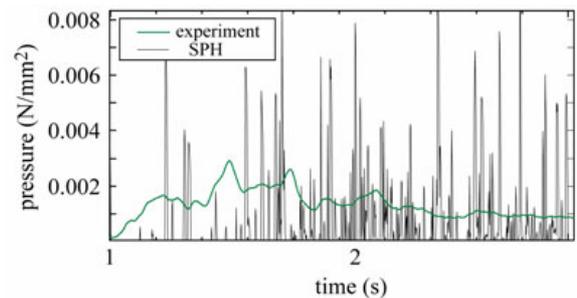


図-5 圧力計比較 (底から 5cm)

4. 結言

SPH 法による解析結果による流れの動画からは, 実験と定性的には対応した結果は得られていることを確認した. しかしながら, 流体力の見積もりは, 観測結果よりも振動が激しく, ピーク値が過剰に評価される傾向にある. こうした SPH 法による圧力振動は, これまでも指摘されており, 振動を抑制するアルゴリズムを取り込む必要があるものと思われる. また, 圧力は離散的な粒子上での値として評価されるため, 現在の解析モデルでは粒子数が少ないことが解の振動を顕著にしている可能性もある. 今後は, 圧力振動の抑制方法と同時に, 密な粒子モデルによる解との比較検証を行い, SPH 法による圧力評価の精度向上に努めたい.

参考文献

- 1) 酒井謙, 楊宗億, 丁詠鐘: SPH 法による非圧縮粘性流体解析手法の研究, 日本機械学会論文集(B編)70 巻 666 号, pp. 47-54, 2004
- 2) 合田良實: 耐波工学, 鹿島出版会