

固有値解析を用いたウェルレジスタンスに関する研究

福岡大学工学部 学生会員 ○鍋島勇太 岡田佳祐
正 会 員 佐藤研一 山田正太郎

1.はじめに 島国である我が国では海岸付近などで地盤改良工法を用いた施工が数多く行われており、圧密に関するメカニズムについて多くの研究が成されている。本研究では圧密問題における固有値解析の重要性を示すとともに、バーチカルドレーン工法のウェルレジスタンスに着目し、Biot の多次元圧密理論に基づく固有値解析により圧密促進効果に効率の良いドレーン材の透水係数のレンジを明らかにしていく。

2.最小固有値の重要性 はじめに、Terzaghi の圧密理論を基に圧密問題における固有値の重要性について示す。

$$\frac{\partial u_e}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u_e}{\partial z^2}, (C_v > 0) \quad \cdots (1) \quad (t: \text{時間} \quad z: \text{高さ} \quad u_e(z, t): \text{過剰間隙水圧} \quad C_v: \text{圧密係数})$$

式(1)に示す Terzaghi の圧密方程式を Fourier の解法で解くと次の解を得る。

$$u_e = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2\Delta p}{\lambda_n} \cos(\lambda_n \frac{z}{H}) \exp(-\lambda_n^2 \frac{C_v}{H^2} t), \lambda_n = \frac{2n-1}{2} \pi \quad \cdots (2)$$

式(2)において、第 1 モード($n=1$:破線)と第 1 モードから第 100 モードまで重ね合わせた解($n=100$:実線)の圧密開始後の過剰間隙水圧の減衰の様子を図-1 に示す。圧密開始からしばらく経つと、圧密現象は第 1 モード(破線)に支配されることが分かる。これは、各モードの減衰速度が t の係数、つまり固有値 $\lambda_n^2 (C_v / H^2)$ の大きさに応じて、以下のような割合で変化するためである。

$$\lambda_1^2 \frac{C_v}{H^2}, \lambda_2^2 \frac{C_v}{H^2}, \lambda_3^2 \frac{C_v}{H^2}, \dots = \frac{1}{4} \pi^2 \frac{C_v}{H^2}, \frac{9}{4} \pi^2 \frac{C_v}{H^2}, \frac{25}{4} \pi^2 \frac{C_v}{H^2}, \dots \quad (3)$$

また、第 1 モードから第 3 モードまでの t の関数部分を図-2 に示す。これらより、高次のモードほど極端に減衰速度が速いことが分かり、圧密完了の速さ等を調べる場合には、第 1 固有値つまり最小固有値とその固有関数を算定することが重要となってくる。

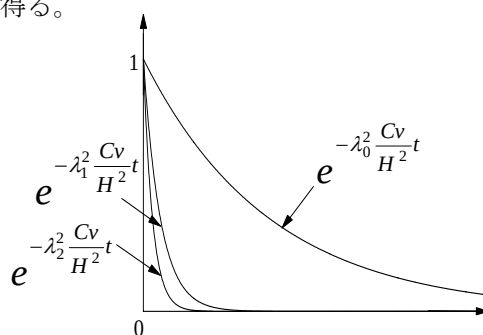


図-2 各モードの減衰速度の違い

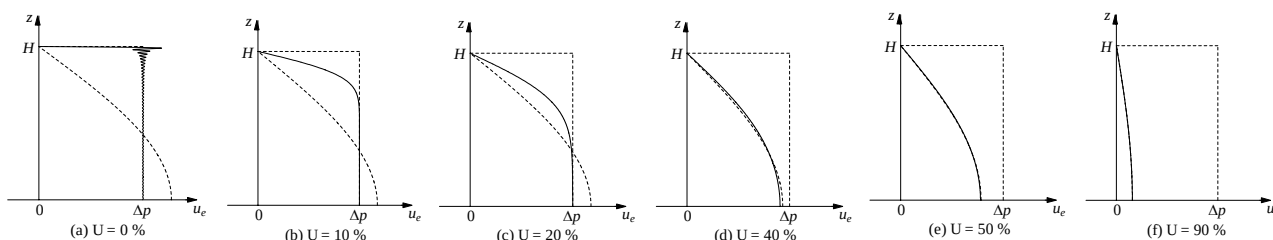


図-1 第 1 モードの減衰と第 100 モードまで重ね合わせた解の減衰の比較

3-1. 解析の概要 Biot の多次元圧密理論を有限要素法を用いて空間的に離散化した場合でも、Terzaghi の一次元圧密理論と同様に、圧密問題の固有値や固有モードを求めることができる。ここでは、Biot の多次元圧密理論に基づきバーチカルドレーン工法に対するウェルレジスタンスの影響について考察する。

3-2. 解析条件 バーチカルドレーンを用いた真空圧密工法を模擬して解析条件を設定した。解析は一本のドレーン材を軸に軸対象条件を仮定した。層厚は 10m、ドレーンピッチは 1.5m とした。バーチカルドレーンとして幅 10cm の帯状ドレーンを用いる場合には、一般に直径 5.0cm 程度の円柱形ドレーンに置き換えられることが一般的であるため、本解析でもそれに従った。粘土地盤の材料定数は、ヤング率 $E=6.66 \times 10^2 \text{ kN/m}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.3331$ 、透水係数 $k=1.0 \times 10^{-5} \text{ m/day}$ とした。ドレーン材の材料定数は、結果にドレーン材の剛性が入らないようにヤング率とポアソン比は粘土地盤と同じ値を用いる一方で、ドレーン材の透水係数はウェルレジスタンスの影響を調べるために、幅広く変化させた。

3-3. 時間-圧密度関係 図-3 に時間-沈下関係を示す。図中に示す数値は粘土地盤の透水係数 k_c に対するドレーン材の透水係数 k_s の比である。ドレーン材の透水係数は1オーダーずつ変化させたが、同じ1オーダーの変化でも時間-沈下関係に現れる違いは様々であることが分かる。また、粘土地盤に対するドレーン材の透水係数比が $k_s/k_c=10^3 \sim 10^6$ の範囲にあると、ドレーン材の透水性の変化が圧密速度に影響を及ぼすことが分かる。

3-4. 最小固有モード 図-4 に $k_s/k_c=10^4$ の場合に対する、過剰間隙水圧の最小固有モードと全モードを重ね合わせた分布を示す。図-1 に示した一次元圧密の場合同様、圧密の途中から過剰間隙水圧の消散は最小固有モードの変化に支配されるようになることが確認できる。

3-5. 最小固有値による評価 最後に最小固有値を用いてウェルレジスタンスの影響について評価する。図-5 にドレーン材の透水性 k_s/k_c と最小固有モードの低下率 $\lambda_{\min} / \lambda_{\min(\text{ideal})}$ の関係を示す。ここで、 $\lambda_{\min(\text{ideal})}$ はドレーン材の透水係数が ∞ の場合の最小固有値である。横軸は右にいくほどドレーン材の透水性がよいことを表しており、縦軸は値が小さくなるほど圧密の進行が遅くなること、すなわちウェルレジスタンスの影響が大きく現れていることを表している。図中には層厚の影響について示すために層厚 $H=5\text{m}$ の場合の結果も示した。ドレーン材の透水係数の変化が結果に影響を及ぼすレンジがあることを図から読み取れ、そのレンジは時間-沈下関係で見たのと同じレンジであることが確認できる。また、 $H=10\text{m}$ の場合は $k_s/k_c=10^7$ でウェルレジスタンスの影響が出始めるのに対し、 $H=5\text{m}$ の場合は $k_s/k_c=10^6$ で影響が出始める。同じドレーン材を用いた場合では、層厚が大きいほどウェルレジスタンスの影響が出やすいことが分かる。一方で、一般に粘土の透水係数は $k_c=10^{-8} \sim 10^{-6}\text{cm/sec}$ 程度、プラスチックボードドレーンの透水係数は 10^0cm/sec 程度なので、 k_s/k_c は $10^6 \sim 10^8$ 程度の値になるので、どちらの層圧にしても実際にはほとんどウェルレジスタンスの影響がないことが分かる。

次に、横軸に k_s/k_c の代わりにいわゆるウェルレジスタンス係数：

$$L = \frac{32}{\pi} \frac{k_c}{k_w} \left(\frac{H}{d_w} \right)^2$$

を取った場合の結果を図-6 に示す。ドレーンピッチが同じ場合、同じウェルレジスタンス係数に対する $\lambda_{\min} / \lambda_{\min(\text{ideal})}$ の値はほぼ同じになることが分かる。ウェルレジスタンスに影響を与える因子を、ウェルレジスタンス係数として統合化することは適しているといえる。

4. まとめ 本研究では一次元圧密理論で圧密問題における固有値解析の重要性を示すとともに、ウェルレジスタンスの影響について Biot の多次元圧密理論に基づく固有値解析にて評価した。多次元圧密においても一次元圧密同様、過剰間隙水圧の消散は最小固有モードに支配されることが確認できた。ウェルレジスタンスの影響については、ドレーン材の透水係数の変化が結果に影響を及ぼすレンジがあることが分かり、同じドレーン材を用いた場合、層厚が大きいほど影響が出やすいことが分かった。

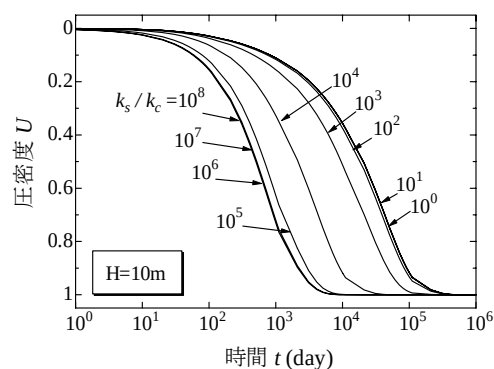


図-3 時間 - 沈下関係

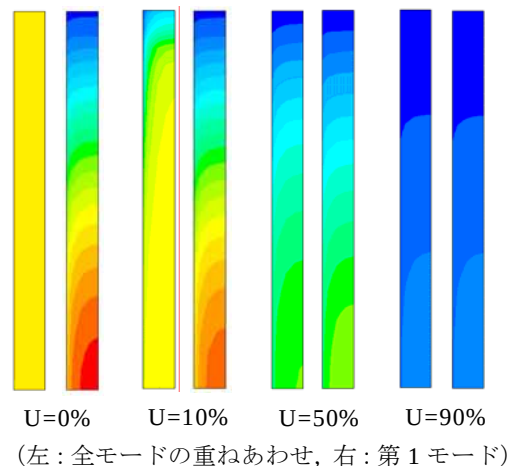


図-4 間隙水圧分布

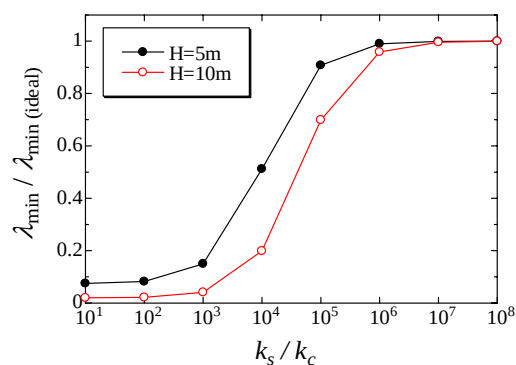


図-5 ドレーン材の透水性とウェルレジスタンスの関係

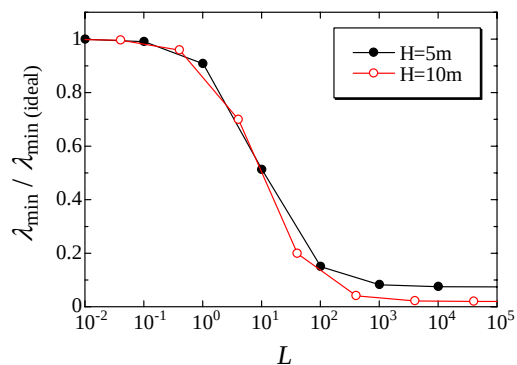


図-6 ウェルレジスタンス係数 L とウェルレジスタンスの関係