# ブシネスクモデルによる波浪場解析の結果を用いた波強制力の算定法

九州大学大学院工学府 学生員 〇加嶋武志 太田一行

(株)三洋コンサルタント 正会員 西井康浩

九州大学大学院工学研究院 正会員 吉田明徳 山城 賢

### 1. まえがき

ブシネスク方程式を用いて港湾内の波浪推算を行なった結果を、遅延関数法を用いた係留船舶(浮体)の動揺計算に引き継ぐには、波浪推算の結果から浮体に作用する波強制外力を妥当に算定することが必要となる. 現状では港湾内の波浪計算と浮体の動揺計算は個別におこなわれており、波浪計算の結果より得られた船舶停泊位置周辺の波高分布や、波向き分布の結果より、目視で推定した主たる波向きを入射方向に設定して、同じく計算で得られた停泊位置での波高の結果より入射波高を設定して、直線岸壁に停泊した浮体を対象に波強制力の算定を行っている. このため、動揺計算の結果は港湾内の波浪計算の結果を十分に反映しておらず、より合理的な取り扱いが必要である.

#### 2. 波強制力の算定法の概略

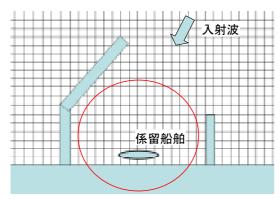


図-1 計算領域 (ブシネスクモデル)

図-1 に示すような港湾内の岸壁に接岸している浮体について考える。図に示すような、格子をきり、港湾形状を表現してブシネスク方程式を用いた波浪計算が行われる。波の場の計算では浮体は考慮されない。図中,丸で囲んだ領域について示したのが図-2で、船舶が係留されている地点を中心に、図中太い実線で示すような仮想の境界線abcdを設定する。ここで、浮体平面境界より外側領域の速度ポテンシャル $\Phi$ 1は、ブシネスクモデルで得られる波の場のポテ

ンシャル $\Phi_0$ と、実際 には浮体が存在する ことによって生じる Diffraction のポテン シャル $\Phi_D$ の和  $\Phi_0+\Phi_D$ で表される ものとする. このと

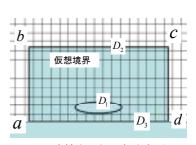


図-2 計算領域(波強制力)

き、境界線 abcd で囲まれる閉領域にグリーンの定理を用いると、領域内の任意点のポテンシャル値は境界上のポテンシャル値で計算できることから、ブシネスクモデルで得られた境界線 abcd 上の値を用いることによって、浮体境界位置における波浪場のポテンシャル $\Phi_0$  が得られる. このポテンシャル値を外力とする Diffraction 問題を解く事によって  $\Phi_D$  を求めることができ、波浪強制力が算定できる.

#### 2.1 水位変動と流速変動の周波数分解

ブシネスク方程式より得られる仮想境界線上の物理量は、各格子に対応して水位変動の時系列、境界線に垂直な流速変動の時系列が得られる.これらの時系列を次のように周波数成分を用いてフーリエ級数表示する.

$$\eta(t) = \sum_{n=0}^{N/2} R_e \left[ \varsigma^{(n)} \exp(-i\sigma^{(n)}t) \right]$$

仮想境界線上の既知量を外力項として用いる際には、(1)水位変動と流速変動をともに用いる場合、(2)水位変動のみを既知量として用いる場合(ディリクリ条件)、(3)流速変動のみを既知量として用いる場合(ノイマン条件)の3通りが考えられる. ブシネスク方程式による既往の計算経験から、流速変動に比べて水位変動の信頼性が高いと考えられるため、まずは(2)の場合について検討を行う.

### 2.2 速度ポテンシャル

流体域を浮体の外側の領域(1)と浮体底面下の領域(2)に分割する.流体運動の速度ポテンシャルは,各

領域に関して次のように表わされる. なお,  $\varsigma_0$  は基準となる波高 (例えば入射波の有義波高など) である.  $\Phi_1$  の右辺第 1 項が波の場のポテンシャルを意味し, 第 2 項が Diffraction ポテンシャルを意味する.

$$\Phi_{1} = \frac{gS_{0}}{\sigma} \left\{ f_{0}(x, y) Z_{1}^{(0)}(z) + \sum_{n=0}^{\infty} f^{(n)}(x, y) Z_{1}^{(n)}(z) \right\} \exp(-i\sigma t)$$

$$\Phi_2 = \frac{gS_0}{\sigma} \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \varphi^{(s)}(x, y) Z_2^{(s)}(z) \right\} \exp(-i\sigma t)$$

 $f_0(x,y)$ ,  $f^{(n)}(x,y)$ ,  $\varphi^{(s)}(x,y)$ はポテンシャルの平面 分布を表し,それぞれヘルムホルツの方程式を満足すべき関数であり, $Z_1^{(n)}(z)$ と $Z_2^{(s)}(z)$ はポテンシャルの鉛直分布を表す固有関数である.

#### 2.3 境界条件

各境界における境界条件は次のようになる.

# 1) 浮体側面および領域(1)と領域(2)の境界面 D<sub>1</sub>

$$\phi_{1} = \phi_{2} \qquad (-h \le z \le -qh)$$

$$\frac{\partial \phi_{1}}{\partial v} = \begin{cases} 0 & (-qh \le z \le 0) \\ \frac{\partial \phi_{2}}{\partial v} & (-h \le z \le -qh) \end{cases}$$

### 2) 仮想境界 *D*<sub>2</sub>

速度ポテンシャルと水面変動との関係より、境界線 abcd 上のポテンシャル値は、ブシネスクモデルによる水面変動の時系列をフーリエ展開した周波数成分の振幅を用いて次式で与えられる.

$$f_0(x, y) = -i \frac{\varsigma(x, y)}{\varsigma_0}$$

### 3) 岸壁境界 D<sub>3</sub>

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \nu} = 0$$
 (岸壁境界  $D_3$  は不透過境界)

## 2.4 選点解法による未知量の算定

ここで、境界線 $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ をそれぞれ $N_1$ 、 $N_2$ 、 $N_3$ 個の要素に分割し、要素上でポテンシャル値は一定であるとする。前述の境界条件に、領域(1)と(2)のポテンシャルを代入すると、ポテンシャルの未知関数 $f^{(n)}(j)$ 、 $\varphi^{(s)}(j)$ とその法線微分値 $\overline{f^{(n)}(j)}$ 、 $\overline{\varphi^{(s)}(j)}$ についての一時関係式が得られる。一方、閉領域(1)にグリーンの定理を用いると境界上の $\overline{f^{(n)}(j)}$ は $f^{(n)}(j)$ により表わすことが出来る。

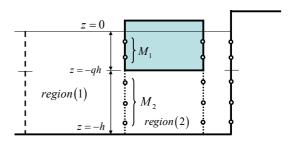


図-3 領域分割と選点

$$\overline{f^{(n)}}(i) = \sum_{i=0}^{N} M_{ij}^{(n)} f^{(n)}(j)$$

領域(2)に関しても同様の関係式が得られる。両式を先述の一次関係式に用い、鉛直方向の変数zに対する選点として図-3に示すように、 $(-qh \le z \le 0)$ をM,個、 $(-h \le z \le -qh)$ をM2個にとると、一時関係式が各選点に関して成り立つことから、式数と未知量数を等しくするように級数の打切り項数を設定することで境界線上の未知関数 $f^{(n)}(j)$ 、 $\varphi^{(s)}(j)$ に関する連立一次関係式を導くことができる。よって、これを解いて得られるポテンシャル値から、浮体に作用する波強制力の周波数成分が算定され、これを全周波数成分について行い、フーリエ逆変換を行うと波強制力の時系列が得られることになる。

#### 3. 遅延関数法

浮体動揺の計算には、動揺によって生じる波が浮体に及ぼす波力を、遅延関数を用いて記述した下記の運動方程式を解く方法(遅延関数法)<sup>1)</sup>を用いる.

$$\begin{split} \sum_{i=1}^{6} \left( m_{ii} + M_{ij}(\infty) \right) \ddot{x}_{i}(t) + \sum_{i=1}^{6} \left( \int_{-\infty}^{t} L_{ij}(t-\tau) \dot{x}_{i}(\tau) d\tau + D_{ij} \dot{x}_{i}(t) \right) \\ + \sum_{i=1}^{6} \left( C_{ij} + G_{ij} \right) \dot{x}_{i}(t) = F_{j}(t) \quad (j = 1...6) \end{split}$$

 $L_{ij}(t)$ は遅延関数と呼ばれ,t=0での流場の擾乱がt時間後の波力に及ぼす影響を表す関数である.上式中の右辺 $F_{ij}(t)$ が波強制力を表す.付加質量と造波減衰力は各モードごとに Radiation 問題を解いて別途算定しておき,これらを運動方程式に用いて時間領域で浮体動揺を解くことになる.

### 4. あとがき

遅延関数法に用いる波強制力を波浪計算結果から 合理的に算定する手法を提案した.動揺解析の結果 については講演時に述べる予定である.

#### 参考文献

1)真鍋尚:遅延関数を用いた浮体の動揺シミュレーション,富士 総研技報,Vol.8 No.1 PP.116-131 (2003)