

LES 乱流モデルを用いた 3 次元数値モデルによる単一・混合粒径粒子サーマルの数値解析

九州工業大学工学部 学生会員 ○和田 智之
九州工業大学工学部 正会員 重枝 未玲

九州工業大学大学院 学生会員 杉山 誉
九州工業大学工学部 フェロー会員 秋山 壽一郎

1. はじめに

粒子サーマル現象は、水門の開放による濁水の清水域への広がり、土砂直投工による濁りの発生など、水質汚濁現象と密接に関係した固-液混相乱流現象である。これまでに、著者ら¹⁾は、単一粒径粒子で構成される粒子サーマルが水平流動する現象に 3 次元モデルを適用し、実験結果に基づき数値モデルの予測精度について検証してきた。しかし、実現象では粒子群は粒度分布を有しており、その適用には粒度分布が粒子サーマルの挙動に及ぼす影響を適切に取り扱えるモデルが必要となる。本研究では、以上のような背景を踏まえ、著者らが開発した 3 次元数値モデル¹⁾に、LES 乱流モデルを導入するとともに、混合粒径粒子の取り扱いを考慮した 3 次元数値モデルへと発展させ、単一粒径・二粒径混合粒子で構成される水平底面を流動する粒子サーマルの実験結果に基づき同モデルを検証した。

2. 数値モデルおよび実験の概要

(1) 基礎方程式

基礎方程式は、連続の式、ブシネスク近似を施した運動方程式および粒子の沈降速度を考慮した体積濃度の移流拡散方程式である。乱流モデルとして LES を用い、フィルタリング操作を施すことにより、格子スケール以上の成分と格子スケール以下の成分とに分離する。フィルター操作を施した基礎方程式は、それぞれ式(1), (3), (4)で表される。ここに、 t 時間、 l 、 $m=1, 2, 3$ であり、それぞれ流下、横断、鉛直方向に対応する添え字、 $U=l$ 方向の流速、 $u'=l$ 方向の流速の sub-grid スケール成分、 p =圧力、 C =粒子の体積濃度、 c_i =各粒径に対応する粒子の体積濃度、 c' =体積濃度の sub-grid スケール成分、 ε =相対密度差($=(\rho-\rho_a)/\rho_a$)、 ρ =粒子群の密度、 s =粒子の水中比重、 ρ_a =周囲水の密度、 g =重力加速度、 ν =水の動粘性係数、 D_m =物質拡散係数($=\nu/S_c$)、 S_c =シュミット数、 i =粒子粒径に対する添え字で総和規約は適用しない。また、式(4)中の W_s は粒子の沈降速度であり Rubey の式から算出される。

(2) 数値解析手法

基礎方程式の離散化は、SMAC 法²⁾に基づき行う。解析手法の詳細は、参考文献¹⁾を参照されたい。以下に本計算手順の概要を示す。

- まず、時間 t での流速 U_l 、圧力 p 、全粒子の体積濃度 C を用いて、運動方程式から流速の予測子を求める。同時に、各粒子粒径に対応する体積濃度 c_i の移流拡散方程式から、新しい時間ステップの粒子の体積濃度 c_i を求める。
- 圧力の時間変化に対応したスカラーポテンシャル φ のポアソン方程式をSOR法で解き、圧力と流速を更新し、新しい時間ステップの圧力と流速を求める。移流項の離散化にはMUSCL法³⁾を、圧力項、粘性項および連続の式については中心差分により離散化を行った。計算格子にはスタガード格子を用いた。

(3) 境界条件

境界条件は側壁と底面については $U_l=0$ (non-slip条件)、 $\partial\varphi/\partial n=0$ 、 $\partial c_i/\partial n=0$ 、また、水表面については $\partial U_3/\partial x_3=\partial U_2/\partial x_3=0$ 、 $U_3=0$ (slip条件)、 $\varphi=0$ 、 $\partial c_i/\partial n=0$ を与えた。ここに、 n =水表面、側壁および底面に垂直な方向を表す。

(4) 実験の概要

実験は、直投濁水塊の底面衝突後の挙動を対象としており、長さ2.0m、幅2.0m、深さ0.6mの水槽を用い、濁水はガラスビーズでモデル化し、表-1のような条件で実験を行った。なお、粒子は、粒径 $d=0.000044\text{m}$ のものを細粒子、 $d=0.000109\text{m}$ のものを粗粒子と定義している。ゲートを瞬間的に開放することで 3 次元粒子サーマルを発生させ、その様子をデジタル

$$\frac{\partial U_l}{\partial x_l} = 0 \quad (1) \quad C = \sum_{i=1}^n c_i \quad ; \quad \varepsilon = \sum_{i=1}^n c_i \cdot s_i \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_l}{\partial t} + U_m \frac{\partial U_l}{\partial x_m} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_l} + \nu \frac{\partial^2 U_l}{\partial x_m^2} - \frac{\partial u'_l u'_m}{\partial x_m} + \varepsilon g_l \quad (3)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + \frac{\partial (U_l + W_s) c_i}{\partial x_l} = D_m \frac{\partial^2 c_i}{\partial x_l^2} - \frac{\partial u'_l c'_i}{\partial x_l} \quad (4)$$

表-1 実験条件

Case	粒径 d (m)	各粒径の割合	沈降速度 V_f (m/s)	水深 h (m)	初期総有効重力 W_0 (cm ³ /s ²)	初期体積 A_0 (cm ³)
Case-A	0.000044	1	0.00155	0.25	175475	3610
	0.000109	0				
Case-B	0.000044	0.5	0.00458			
	0.000109	0.5				
Case-C	0.000044	0	0.00886			
	0.000109	1				

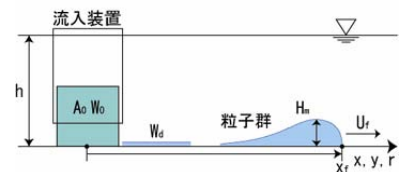


図-1 定義図

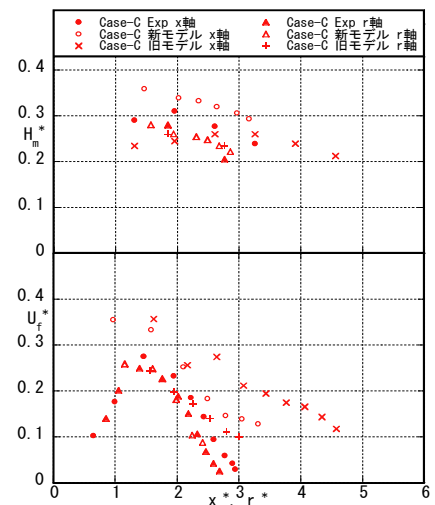
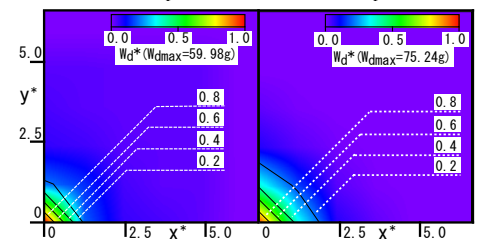
(a) 無次元最大層厚 H_m^* および無次元フロント移動速度 U_f^* と無次元流下距離 x_f^* との関係(b) 無次元堆積粒子量 W_d^* (左: 実験結果, 右: 計算結果)

図-2 単一粒径粒子サーマルの実験値と解析結果との比較(Case-C)

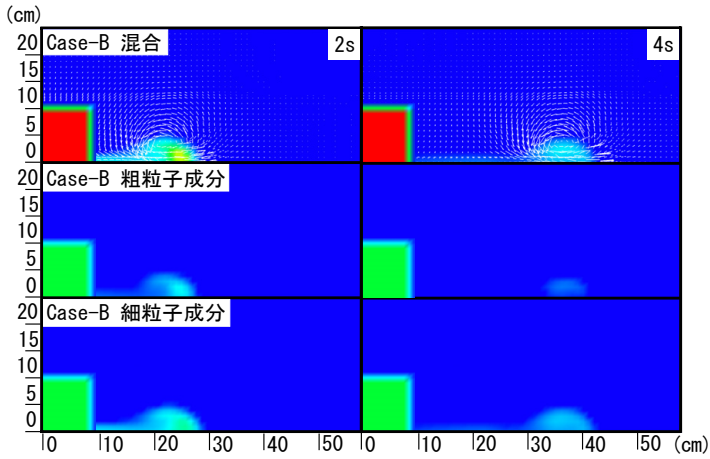


図-3 濁水塊の相対密度差コンターと流速ベクトル

ビデオカメラで撮影し、画像解析により各特性量を求めている。ここで、濁水塊の流動特性量の定義は図-1に示す通りであり、測定項目は、各測定点での層厚 $H(m)$ 、フロント位置 $x_f(m)$ および堆積粒子量 $W_d(g)$ である。

3. 結果と考察

図-2は、単一粒径粒子のCase-Cの投下条件(A_0 , W_0)で無次元化した無次元最大層厚 $H_m^*(=H_m/(A_0^{1/3}))$ 、無次元フロント移動速度 $U_f^*(=U_f/(W_0^{1/2}/A_0^{1/3}))$ と x 軸方向の無次元流下距離 $x_f^*(=x_f/(A_0^{1/3}))$ または r 軸方向の無次元流下距離 $r_f^*(=r_f/(A_0^{1/3}))$ との関係および最大堆積粒子量 W_{dmax} で無次元化した堆積粒子量 W_d^* の実験および解析結果の比較を示したものである。この図から、粗粒子を用いたCase-Cでは層厚が若干大きく評価されているものの、実験結果を概ね再現していることが確認できる。また、本モデルは、旧モデル¹⁾に比べ、特にフロント移動速度において精度が改善しており、本研究で導入した乱流モデルの有効性が認められる。

図-3は濁水塊の相対密度差および粗粒子成分と細粒子成分の相対密度差と流速ベクトルの解析結果を示したものである。図-3より、濁水塊が周囲水を連行しながら、サーマルを形成する様子、粗粒子成分の相対密度差 α は、細粒子成分に比べ粒子の沈降堆積が早いと、早い時間で小さくなる様子、一方、細粒子成分の相対密度差 α は周囲水と混合するため、粗粒子成分に比べ拡散する様子、粗粒子成分のフロントの移動速度が細粒子成分に比べ小さい様子などがわかる。また、フロントが流下するにつれて、細粒子成分の相対密度差と全体の相対密度差は一致することが確認できる。そのため、この地点での濁水の挙動は細粒子成分により支配されていると考えられる。

図-4は、混合粒径粒子サーマルの各特性量の無次元量(最大層厚 H_m^* 、フロント移動速度 U_f^*)と x 軸方向の流下距離 x_f^* または r 軸方向の流下距離 r_f^* との関係および無次元堆積粒子量 W_d^* について実験値と解析結果の比較を行ったものである。最大層厚 H_m^* とフロント移動速度 U_f^* については、解析値は流下に伴う減少を良好に再現できることがわかる。図-2の結果からわかるように、単一粒径粒子では最大層厚 H_m^* とフロント移動速度 U_f^* の減少の割合は粗粒子成分が大きい。しかし、混合粒子では粗粒子に見られた急激な減少は認められない。これは、図-3で示したように、流下に伴い濁水を構成する粒子は細粒子成分になるためであると考えられる。このように本モデルは、粒径の違いが特性量に及ぼす影響を捉えていることがわかる。堆積粒子量 W_d^* については、解析結果は、粗粒子成分の堆積量を若干大きめに評価しているものの、流入点直下の著しい堆積や流下距離の増加に伴う堆積量の減少など、実験結果を良好に再現できることがわかる。以上から、本モデルは、定量的にも粒径分布を有する水平面上の濁水塊の挙動を再現できることが確認できる。

4. おわりに

本モデルでは、粒子サーマルの特性量である最大層厚、フロント移動速度および無次元堆積粒子量を十分な精度で再現可能であることがわかった。しかし、本モデルは一流体モデルであるために、より粒径の大きな粒子を対象とした場合には予測精度が低下することが予想されるため、適用限界について検討していく必要がある。

参考文献

- 1) 秋山ら: 3次元モデルによる水平面上の粒子サーマルの流動・堆積シミュレーション, 水工学論文集, 第48巻, 2004.
- 2) Amsden, A. A. and Harlow, F. H.: A simplified MAC technique for incompressible fluid flow calculations, *Journal of Computational Physics*, Vol.6, 1970.
- 3) Leer, van B.: Toward the ultimate conservative difference scheme. 4 A new approach to numerical convection, *Journal of Computational Physics*, Vol.23, 1977.

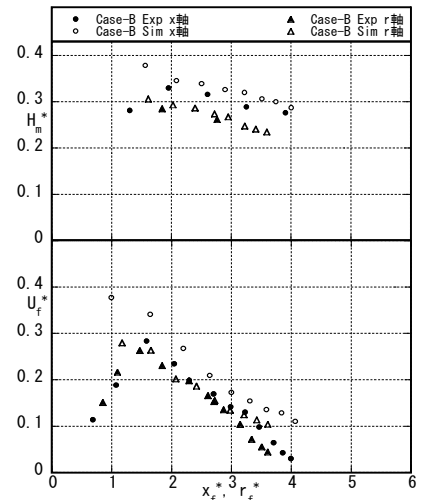
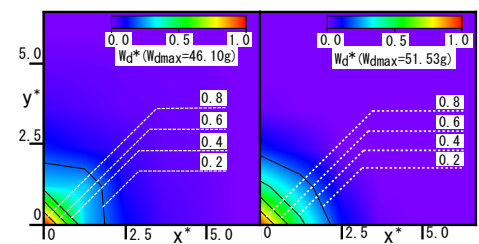
(a) 無次元最大層厚 H_m^* および無次元フロント移動速度 U_f^* と無次元流下距離 x_f^* との関係(b) 無次元堆積粒子量 W_d^*
(左: 実験結果, 右: 計算結果)

図-4 混合粒径粒子サーマルの実験値と解析結果との比較(左: 実験結果, 右: 計算結果)