多次元ARMAモデルによる振動特性推定システムの開発

長崎大学工学部　学生会員　○古賀数也　長崎大学工学部　フェロー　岡林隆敏
長崎大学大学院　学生会員　　下妻達也　長崎大学工学部　正会員　　奥松俊博

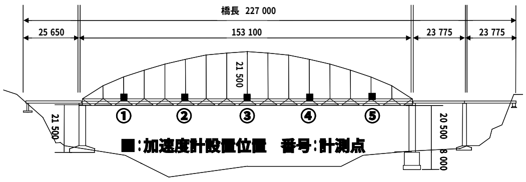
1．はじめに

これまで，橋梁常時微動から健全度判断を行うための各種構造同定手法に基づく振動特性推定法を開発し，数値シミュレーションから，その有効性を検証した[1]．本研究では，これらの手法を統合化した解析システムを開発した．本報告においては多次元ARMAモデルによる自動解析プログラムについて説明し，さらに樺島大橋の常時微動データを用いた振動特性推定結果について示す．

2．対象橋梁

対象橋梁は図—1 に示す樺島大橋である．樺島大橋は，橋長227m幅員7.5m，最大支間 152mの鋼ランガー桁の道路橋である．また，今回の計測で設置したセンサーの位置は図—2 に記す．データは2007 年7 月14 日，長崎に台風が接近した時のもので，サンプリング周波数を100Hzで計測したものである．30 秒間の常時微動データを1 回区分として，振動数，減衰定数および振動モードを推定した．また，図—3 は過去に実施した振動計測実験で得られた1 次～5 次までの固有振動モード[2] である．

図－1　樺島大橋全景



図－2　加速度計設置位置

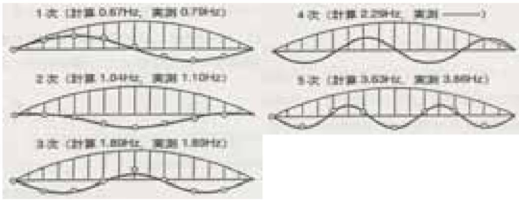


図-3　固有振動モードおよび固有振動数

3．多次元ARMAを用いた振動特性推定プログラム

橋梁の常時微動から，振動特性を推定するまでの流れを図－4に示す．以下に多次元ARMA モデルによる振動特性推定法の概要を示す．

運動方程式を離散化表示すると以下のようになる．

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \bar{A}x(k)+\bar{B}f(k) \\ y(k) &= \bar{C}x(k) \end{aligned} \tag{1}$$

ここに $\bar{A}=e^{Ah}$, $\bar{B}=\left(e^{Ah}-I\right)A^{-1}B$, $\bar{C}=C$ である．多次元ARMA モデルは，有限な多次元AR モデルとして式(2)で表わされる．

$$y(k)+\sum_{s=1}^{p}G_s y(k-l)=e(k) \tag{2}$$

また，観測値 $y(k)\left(\in R^m\right)$ の分散・共分散行列は，式(3)で表わされる．

$$G(l)=\frac{1}{N}y(k)y^T(k-l),\ G(-l)=\frac{1}{N}y(k)y^T(k+l) \tag{3}$$

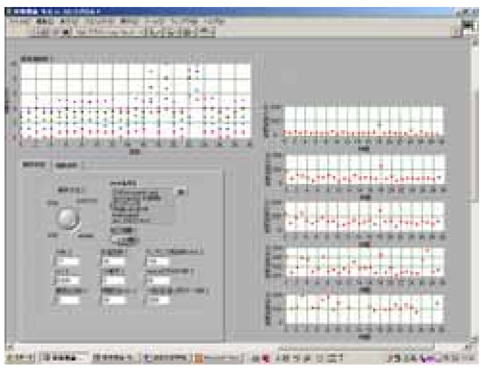
以下は可観測行列より誘導できる関係を示す．

$$P_pA^{s+1}=\begin{bmatrix} CA^{s+1} \\ CA^{S+2} \\ \vdots \\ CA^{s+p} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & I & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -G_p & -G_{p-1} & -G_{p-2} & \cdots & -G_i \end{bmatrix}\begin{bmatrix} CA^S \\ CA^{s+1} \\ \vdots \\ CA^{s+p-1} \end{bmatrix}=\hat{A}P_pA^s \tag{4}$$

式(4)の両辺に右側から Q_q をかけると次式のように表わせる．

$$P_pA^{s+1}Q_q=\hat{A}P_pA^sQ_q \tag{5}$$

図－4　振動特性推定フロー



図－5　プログラム画面

ハンケル行列が$\boldsymbol{H}_{p+1,q+1}(\boldsymbol{k}) = \boldsymbol{P}_{p+1}\boldsymbol{A}^{k}\boldsymbol{Q}_{q+1}$で表わすことができることを利用すると，式(5)は次式で表わすことができる．

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s}) = \hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{1}) \tag{6}$$

式(6)を要素で表わすと以下のようになる．

$$\begin{bmatrix} \Lambda(s+1)\cdots\cdots & \Lambda(s+q) \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \Lambda(s+q)\cdots\cdots & \Lambda(s+p+q) \end{bmatrix} = \hat{A} \begin{bmatrix} \Lambda(s) & \cdots\cdots\Lambda(s+q-1) \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \Lambda(s+p-1)\cdots\cdots & \Lambda(s+p+q-2) \end{bmatrix} \tag{7}$$

最小二乗法を用いて式(7)を解くと，可観測変換されたシステム行列$\hat{\boldsymbol{A}}$は次式で表わすことができる．

$$\hat{\mathbf{A}} = \boldsymbol{H}(\boldsymbol{s})\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{1})^{T}\left(\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{H}(\boldsymbol{s}-\boldsymbol{1})^{T}\right)^{-1} \tag{8}$$

$T_1 = H(s-1)$として，T_2を$H(s)$の最下行のブロックから構成される行列とすると，式(7)はYule-Walker 方程式と同じ式になる．

$\hat{\mathbf{A}}$の固有値の実数部分X_{Re}と虚数部分X_{Im}より，固有円振動数ω_k，減衰定数h_kが得られる．計算式は次式に示す．

$$h_k\omega_k = (-1/\Delta)\ln\sqrt{X_{\mathrm{Re}}^2 + X_{\mathrm{Im}}^2} \tag{9}$$

$$\omega_k\sqrt{1-h_k^2} = (1/\Delta)\tan^{-1}(X_{\mathrm{Im}}/X_{\mathrm{Re}}) \tag{10}$$

以上の理論を用いて振動特性推定プログラムを作成した．図―５に作成したプログラム画面を示す．

4．実橋梁常時微動データを用いた振動特性推定

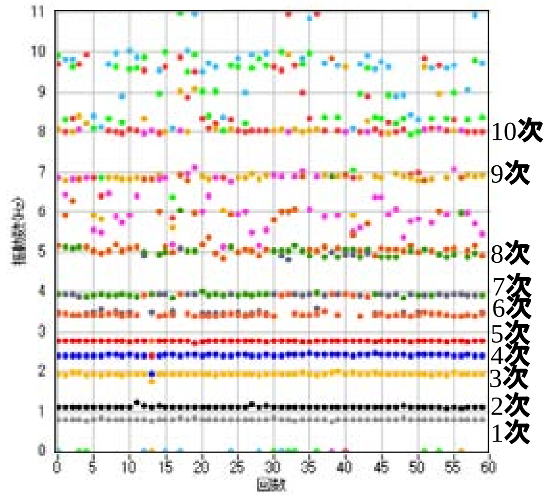
図―6 は振動数の推定結果であり 0.8Hz，1.1Hz，1.9Hz，2.5Hz，2.8Hz，3.5Hz，3.9Hz，5.0Hz，6.9Hz，8.0Hz付近に固有振動数が存在することが確認できる．図―7 は減衰定数推定結果であり，次数が上がるにつれて減衰定数が大きくなる結果が得られた．図―８は推定した振動モードの平均を示したものである．図―3 の 1～3 次の固有モード[2]と比較するとほぼ同様な結果が得られた．４次の振動モードが２次の固有振動モードと同様な結果となっているのは，ねじれの影響を受けたためだと考えられる．以上の結果より，本システムによる橋梁の振動特性推定が，可能であることが確認できた．

5．まとめ

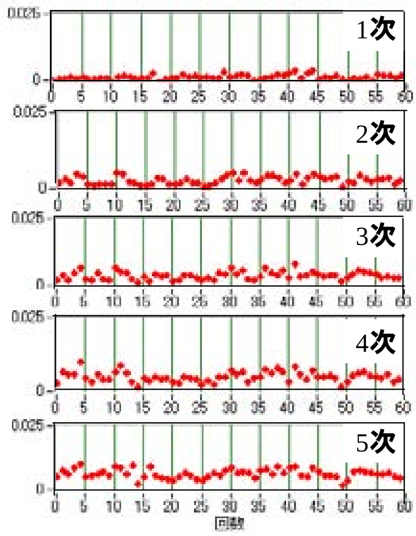
1) 多次元 ARMA モデルを構造同定手法とした振動特性推定プログラムの開発を行い，樺島大橋で計測した常時微動データを用いて，振動特性の推定を行った．また結果より，本システムによる橋梁の振動特性推定が可能であることが確認できた．

2)今回の研究では，樺島大橋のみの計測であったが，今後より多くの橋梁で計測を行い，有効性を高めると共に実用性についても検証することが課題である．

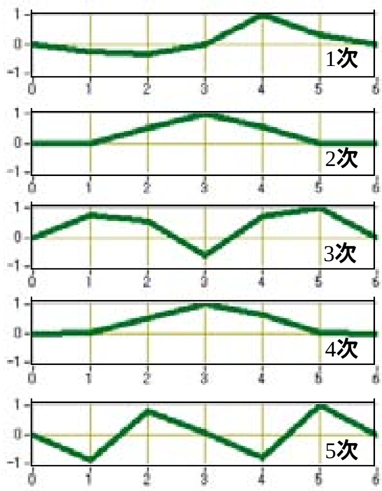
【参考文献】1)岡林隆敏，奥松俊博，中宮義貴：常時微動に基づく AR モデルによる構造物振動数の高精度自動推定，土木学会論文集 No.759/I-67，pp.271～282，2004
2)岡林隆敏，原忠彦：道路橋振動特性推定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集，Vol.34A，pp731-738，1988.



図－6　振動数推定結果



図－7　減衰定数推定結果



図－8　振動モード推定結果