

弾性を考慮した重り付浮屋根を設置した円筒タンクの振動解析

正会員 高西 照彦

九州産業大学 フェロー 水田 洋司

日鉄パイプライン (株) 正会員 川口 周作

1. はじめに

著者らは前論¹⁾において、重り付浮屋根が剛な場合について、それを設置した円筒タンク内容液の水平加振に対する応答解析を行い、数値計算によって得られた結果と模型実験によって得られた結果とを比較して、両者が比較的良く一致することを示した。しかし、実際の浮屋根は加振時に弾性変形を生ずることから、本来、これを剛と仮定することはできない。

本論では、浮屋根の弾性変形を考慮した場合について、それを設置した円筒タンク内容液の水平加振に対する振動解析を行い、数値計算によって得られた結果と模型実験によって得られた結果とを比較することによって、本論の解析法の妥当性に関する検討を行った。

2. 解析理論

図-1 に示すような円筒タンクが水平加振を受けた場合の内容液-浮屋根-単振子系の振動に対する振動方程式を導く。

2.1 振子に対する振動方程式 振子に対する振動方程式は次式のように表すことができる。

$$(m + \alpha_1 \bar{m})(l + Le)\ddot{\psi} + \{(m + \alpha_1 \bar{m})L(1 - e) - \alpha_2 \bar{m}R \cdot \sum_{m=1}^M q_m\} \ddot{\beta} + \alpha_2 \bar{m} \sum_{j=1}^J \sum_{m=1}^M q_m d_{jm} \ddot{\xi}_j + (m - \bar{m})g\psi = -(m - \alpha_2 \bar{m})\ddot{\delta} \quad (1)$$

ここに、 m は重りの質量、 $\bar{m}$ は重りが排除する内容液の質量、 α_1, α_2 はそれぞれ静止した内容液中で加速度運動をしている重り及び加速度運動をしている内容液中に静止している重りに対する付加質量係数、 q_m, d_{jm} はいずれもベッセル関数から構成される定数、 e は支柱の弾性変形の大きさを評価するための係数である。

2.2 浮屋根に対する振動方程式 ポンツーン部を有する弾性浮屋根に対する振動方程式については、既に松井がそれを導いている²⁾。本論ではポンツーン部がない場合のそれを用いた。

いま、内容液が速度ポテンシャル φ をもつとすれば、その運動は φ に関するラプラスの方程式に支配される。これを境界条件、 $z = -H$ において $\varphi_z = 0$ 、 $r = R$ において $\varphi_r = \dot{\delta} \cos \theta$ 、 $z = 0$ において $\varphi_z = \dot{w}_s = \dot{w}_d$ =

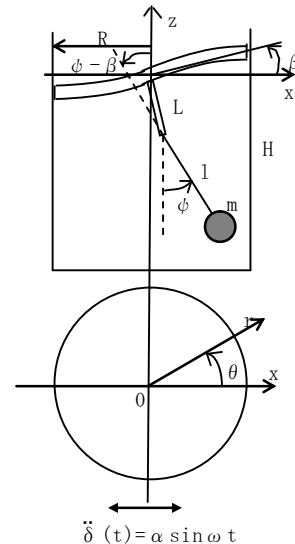


図-1 重り付浮屋根を設置した円筒容器と座標系

$\dot{\beta} r \cos \theta - \dot{W}_d \cos \theta$ の下に解けば、内容液の速度ポテンシャル φ が求められる。これより、浮屋根の底面 $z = 0$ における全水圧は ρ_w を内容液の密度として $p_f = -\rho_w \varphi_t - \rho_w g w$ によって得られる。つぎに、浮屋根の振動方程式は、この p_f を外力として次式のように表される。

$$\rho_f \delta_f \frac{\partial^2 w_d}{\partial t^2} + D \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} \right) w_d = p_f \quad (2)$$

ここに、 ρ_f, δ_f, D は浮屋根の密度、厚さ、板剛度である。上式の解は基準座標を $\xi_j(t)$ として次式の形で与えられる。

$$w_d = \sum_{j=1}^J \xi_j \{C_{1j} J_1(\gamma_j r) + C_{3j} I_1(\gamma_j r)\} \cos \theta \quad (3)$$

ここに、 C_{1j}, C_{3j} はモード定数、 $J_1(x), I_1(x)$ はベッセル関数、 γ_j は浮屋根の j 次の固有値である。

式(3)を式(2)に代入して整理することによって、浮屋根に対する振動方程式を導くことが出来て、それは次式のように表される。

$$-(\rho_f \delta_f B_j / \rho_w R + \bar{d}_j) R \ddot{\beta} + \Delta_j \ddot{\xi}_j + \sum_{m=1}^M \bar{e}_{jm} \ddot{\xi}_m - g B_j \beta + \Delta_j (\rho_w g / \rho_f \delta_f + \omega_j^2) \xi_j = B_j \ddot{\delta}, \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (4)$$

ここに、 $B_j, \bar{d}_j, \Delta_j, \bar{e}_{jm}$ はいずれもベッセル関数から構

成される定数, ω_j は浮屋根の固有円振動数である.

2. 3 浮屋根の中心 O の回りのモーメントの釣合

浮屋根の中心 O の回りのモーメントの釣合を求めれば, 次式が得られる.

$$\left\{ R^2/4 + (\rho_w R/\rho_f \delta_f) R^2 \sum_{m=1}^M E_m \right\} \beta - \{ (\rho_f \delta_f / \rho_w R) R \cdot \sum_{j=1}^J B_j + R \sum_{j=1}^J \bar{d}_j \} \ddot{\xi}_j - (m - \bar{m}) g L (1 - e) / (\pi R^2 \rho_f \delta_f) \psi + \{ \rho_w R^2 g / 4 \rho_f \delta_f + (m - \bar{m}) g L (1 - e) / \pi R^2 \rho_f \delta_f \} \beta - g \sum_{j=1}^J B_j \xi_j = -(\rho_w R^2 / \rho_f \delta_f) \ddot{\delta} \quad (5)$$

2. 4 振動方程式の解 上記のことから, 内容液—浮屋根—単振子系の振動方程式は $\psi, \beta, \xi_j, (j=1, 2, \dots, J)$ を未知変数として式(1),(4),(5)のように得られる. これらの各式に減衰項を加え, それを行列を用いて表せば,

$$\mathbf{A} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{B} \mathbf{X} = -\ddot{\delta} \mathbf{C} \quad (6)$$

ここに, $\mathbf{D}$ は減衰行列であり, 本論では減衰定数を h_i として, 対角要素 D_{ii} が $D_{ii} = 2h_i \sqrt{A_{ii} B_{ii}}$ である対角行列であると仮定した.

上式を解くことによって ψ, β, ξ_j を求めれば, これを用いて内容液の波高応答値, 動水圧応答値, 浮屋根の変形状等を得ることが出来る.

3. 数値計算結果と実験結果との比較

模型を用いた振動実験においては, 内径 5.8 cm, 厚さ 1 cm, 高さ 8.0 cm のアクリル製円筒容器に水深が 5.0 cm になるように水を満たして浮屋根を浮べ, これに図-1 に示すように単振子を取付けた上, この円筒容器を振動台の上に設置して, 加振加速度を 2 Gal に設定して, 加振振動数を 1.15 Hz から 1.35 Hz まで 0.01 Hz 刻みで増加した場合についてそれぞれ正弦波によるスポット加振を行い, 加振方向の最大壁面波高 $|\tilde{\eta}|_{\max} (=|w|_{\max})$ 及び加振方向の壁面動水圧 $|p|_{\max}$ を計測した.

浮屋根は直径 5.8 cm, 厚さ 1 cm, 質量 26.6 g, 剛度 0.4125 Nm の発泡スチロール製平板である. 単振子は重りの直径 4.96 cm, 質量 50.0 g の鉄球である. 振子の長さについては, これを 11.6 ~ 13.6 cm に渡っていろいろ変えた場合について実験を行った. 浮屋根と振子の支点を結ぶ支柱の長さは 5 cm とした.

壁面波高の応答曲線について得られた結果の一例を図-2 に●印で示した. 同図は振子長が 12.25 cm の場合であり, このとき応答曲線の形状は 2 峰になっており, それは同調型制振系の特徴を示している. なお, 各峰の頂点の波高の値がほとんど等しい所から見て, このとき

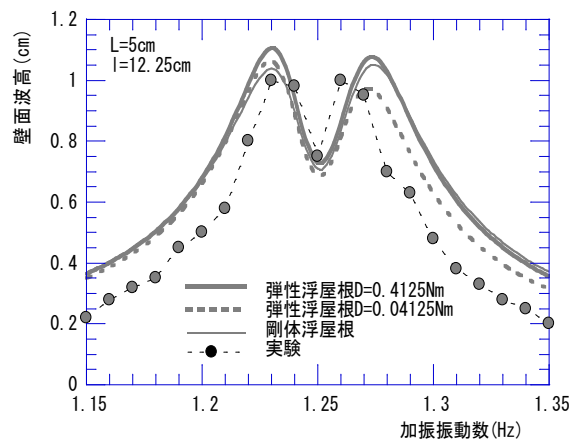


図-2 壁面波高の応答曲線

この振動系は最適制振状態にあったといってもよいであろう. 同図中に示した実線及び点線はいずれも理論値であり, 太実線は発泡スチロール製浮屋根の板剛度 D が 0.4125 Nm の場合であり, 太点線は比較のために剛度 D をその 1/10 とした場合である. さらに, 細実線は浮屋根の剛度が無限大, 即ちそれが剛な場合の計算結果である.

図-2 において, 太実線で表される応答曲線の理論値と●で表される実験値とを比べて見ると, 実験した振動数の全範囲に渡って前者の方が多少大きな値を示しているが, その差は小さく, 両者の結果は比較的良好に一致しているといってもよいであろう. また, 板剛度 D の大きさが互いに 10 倍も異なる場合 (太実線と太点線) の結果を比べて見ると, 加振振動数の全範囲に渡って両者の差はごく小さいことが分る. このことから板剛度の違いが結果に及ぼす影響は非常に小さいといえよう. このような結果が得られたのは, 一般に, 円筒容器内容液の水平振動においては, 内容液の 1 次のスロッシング振動が非常に卓越して生じるので, 浮屋根の変形がそれに及ぼす影響は小さいと云うことから納得の行く結果であるといえる.

1) 高西・水田・川口・松浦: 重り付浮屋根を設置した円筒タンクの水平加振に対する応答解析, 第 62 回年次学術講演会, 2007.9.

2) 松井徹哉: 浮屋根との連成を考慮した円筒液体貯槽の地震時スロッシング応答, 名城大学総合研究所総合学術研究論文集, 第 4 号, 2005.3.