

混合粒径粒子で構成される落下粒子サーマルの数値シミュレーション

九州工業大学大学院 学 生 会 員 ○杉山 誉
九州工業大学工学部 正 会 員 重枝 未玲
九州工業大学工学部 フェロー会員 秋山 壽一郎

1. はじめに

粒子サーマル現象は、水門の開放による濁水の清水域への広がり、土砂直投工による濁りの発生など、水質汚濁現象と密接に関連した固-液混相乱流現象である。このため、水工水理学をはじめとする様々な分野で活発に研究がなされている。これまでに著者らは、水中を落下、底面を流動する単一粒径の粒子で構成される粒子サーマルを対象に数値モデルを構築し、その流動と堆積現象を再現可能であることを示した¹⁾。本研究は、著者らが開発したモデルを発展させ、粒度分布を有した粒子群の取り扱いを考慮した3次元数値モデルを構築し、混合粒径の粒子で構成される落下粒子サーマルの実験結果に基づき同モデルの検証を行ったものである。

2. 数値モデルおよび実験の概要

(1) 基礎方程式

基礎方程式は、連続の式、ブシネスク近似した運動方程式および粒子の沈降速度を考慮した体積濃度の移流拡散方程式であり、式(1)～(4)で表される。 t : 時間, x, y, z : 流下, 横断, 鉛直方向, u, v, w : x, y, z 方向の流速, p : 圧力, F_z : 流体が粒子群から受ける抗力($=\sum(\pi/8 \cdot C_d \cdot W_{si} |W_{si}| \cdot n_i)$), C_d : 抵抗係数($=24/R_{ep}+2.0$), R_{ep} : 粒子レイノルズ数, n_i : 各粒径粒子の粒子数, C : 粒子の体積濃度, ε : 相対密度差($=(\rho-\rho_a)/\rho_a$), ρ : 粒子群の密度, s : 粒子の水中比重, ρ_a : 周囲水の密度, g : 重力加速度, ν : 水の動粘性係数, D_m : 物質拡散係数, S_{ct} : シュミット数, i : 粒子粒径に対する添え字である。また、式(4)中の W_s は粒子の沈降速度であり Rubey の式より求める。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1) \quad C = \sum_{i=1}^n C_i, \quad \varepsilon = C \cdot s \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial uw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial vw}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + F_z - \varepsilon g \\ \frac{\partial C_i}{\partial t} + \frac{\partial u C_i}{\partial x} + \frac{\partial v C_i}{\partial y} + \frac{\partial (w + W_{si}) C_i}{\partial z} = D_m \left(\frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

(2) 数値解析手法

基礎方程式は SMAC(Simplified MAC method)法によって離散化する。解析手法の詳細は、参考文献を参照されたい¹⁾。以下に本計算手順の概要を示す。

- 時間 t での流速 u, v, w , 圧力 p , 全粒子の体積濃度 C を用いて、運動方程式から流速の予測子を求める。同時に、各粒子粒径に対する体積濃度 C_i の移流拡散方程式から、次の時間ステップの粒子の体積濃度 C_i を求める。
- 圧力の時間変化に対応したスカラーポテンシャル Φ のポアソン方程式を SOR 法で解き、圧力と流速を更新し、新しい時間ステップの圧力と流速を求める。

移流項の離散化には MUSCL 法、圧力項、粘性項および連続の式は中心差分により離散化を行った。また、計算格子にはスタガード格子を用いた。

(3) 境界条件

境界条件は側壁と底面については $u=v=w=0$ (non-slip 条件), $\partial\Phi/\partial n=0$, $\partial C_i/\partial n=0$, また、水表面については $\partial u/\partial z = \partial v/\partial z = 0$, $w=0$ (slip 条件), $\Phi=0$, $\partial C_i/\partial n=0$ を与えた。ここに、 n は水表面、側壁および底面に垂直な方向を表す。

(4) 実験の概要

実験は、長さ 7.5m、深さ 1.0m、幅 0.2m の両面アクリル製の水槽で行われている。図-1 に落下粒子サーマルの主要な特性量を示す。なお、添え字 0 は投下時の諸量を表している。投下装置に貯留された濁水を初期総有効重力

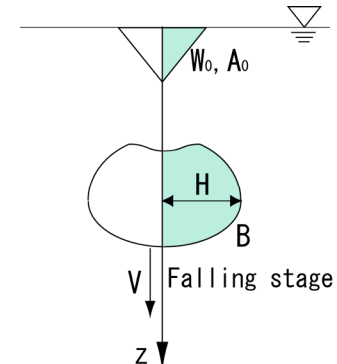


表-1 実験条件表

Case	粒径 d(m)	各粒径 の割合	平均粒径 d _m (m)	水中比重 s	沈降速度 V _f (m/s)
Case 1	0.000044	1	0.000044	1.480	0.00155
	0.000445	0			
Case 2	0.000044	0.9	0.000084	1.486	0.00550
	0.000445	0.1			
Case 3	0.000044	0.7	0.000164	1.498	0.0177
	0.000445	0.3			
Case 4	0.000044	0.5	0.000245	1.510	0.0304
	0.000445	0.5			
Case 5	0.000044	0.3	0.000325	1.522	0.0413
	0.000445	0.7			
Case 6	0.000044	0.2	0.000365	1.528	0.0461
	0.000445	0.8			
Case 7	0.000044	0.1	0.000405	1.534	0.0506
	0.000445	0.9			
Case 8	0.000044	0.05	0.000425	1.537	0.0527
	0.000445	0.95			
Case 9	0.000044	0	0.000445	1.540	0.0548
	0.000445	1			
Case 10	0.000044	0.10	0.000153	1.489	0.0158
	0.000109	0.75			
	0.000445	0.15			

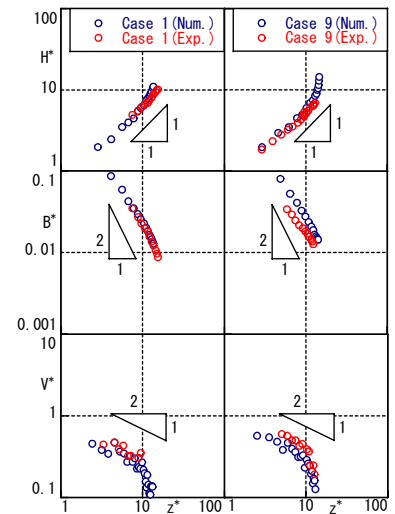


図-2 単一粒径粒子サーマルの解析結果と実験値との比較

$2W_0(=2 \times 0.01(\text{m}^3/\text{s}))$, 初期単位幅体積 $2A_0(=2 \times 0.0025(\text{m}^2))$ で水深 $h(=0.9\text{m})$ の静水中にほぼ瞬間的に投下することで, 粒子サーマルを発生させている. その様子をデジタルビデオカメラで撮影し, 画像解析により各特性量を求めている. 実験条件を表-1に示す. Case 10 については実現現象の粒度分布形状を模して粒子の混合の割合が決定されている. なお, 粒径 $d=0.000044\text{m}$ の粒子を細粒子, $d=0.000445\text{m}$ のものを粗粒子と定義されている.

3. 数値モデルの検証

本モデルを単一粒径と混合粒径の落下粒子サーマルの実験結果²⁾に適用する. いずれの計算についても, 動粘性係数 $\nu=1.0 \times 10^{-6}(\text{m}^2/\text{s})$, シュミット数 $Sc=1.2$ とした. また, 初期総有効重力は保存されており, そのエラーは $1.0 \times 10^{-6}\%$ 以下であった.

図-2 は, 単一粒径粒子の Case 1, 9 について投下条件(A_0 , W_0)で無次元化された無次元最大拡がり半幅 $H^*(=H/z_0)$, 平均有効重力 $B^*(=B/B_0)$ および落下速度 $V^*(=V/V_0)$ と落下距離 $z^*(=z/z_0)$ との関係について解析結果と実験値との比較を行ったものである. 粒子サーマル理論では, H^* , B^* , V^* と z^* との関係は, それぞれ $H^*=K_{1p}z^*$, $B^*=K_{2p}z^{*-2}$, $V^*=K_{3p}z^{*-1/2}$ で表される. ここに, K_{1p} は経験的に得られる係数であり, この係数に粒子の性質が含まれる. 図中の三角は, この粒子サーマル理論から得られるべき乗を示している. これより, Case 1 については, いずれの諸量についても解析結果は実験を良好に再現していることがわかる. 一方, Case 9 については, いずれの諸量についても若干のずれが認められる.

図-3 は, 混合粒径粒子の Case 2, 7 の H^* , B^* , V^* と z^* との関係について, 解析結果と実験値とを比較したものである. Case 2 では B^* を過大に評価しているが, H^* , V^* は概ね再現している. Case 7 については, いずれの諸量についてもずれが生じていることがわかる. つまり, 粗粒子の影響は, 無次元平均有効重力 B^* , 無次元落下速度 V^* , 無次元最大拡がり半幅 H^* の順に表れると考えられる.

このように, 本モデルが混合粒径粒子サーマルの挙動を再現可能かどうかは, 粗粒子群の挙動が粒子サーマル現象にどの程度寄与しているかで決定してくると考えられる. 実験では粗粒子群と細粒子群の落下速度の違いにより, 粒子サーマルの形状が横長から縦長の楕円に変化し, サーマル全体での形状抵抗が減少するために落下速度が早くなるが, 解析ではそのきっかけとなる粗粒子群の挙動を予測できないために, 解析結果と実験値との間に大きな差が生じたと考えられる.

図-4 は, 解析結果と実験値より得られた K_{1p} と粒子レイノルズ数 R_{ep} との関係について比較を行ったものである. これより, 解析結果から得られた K_{1p} , K_{2p} , K_{3p} のいずれも, Case 4 の $R_{ep} \div 12$ までは粒子サーマル理論に従っていることが確認できる. また, $R_{ep} \div 12$ までの解析結果は, 実験値の K_{1p} , K_{3p} を概ね再現している.

一方で, K_{2p} については解析値と実験値との間に大きなずれが生じている. ここに, $R_{ep} \div 12$ は, 粒子粒径が大きい場合に Rubey の式から求められる沈降速度 $W_s/(sgd)^{0.5} = (2/3)^{0.5}$ と Stokes の抵抗測を用いた沈降速度の式 $W_s = (1/18)(sgd^2/\nu)$ が一致する粒子粒径 d に対応する粒子 Reynolds 数である. この値を境に解析結果と実験値との間に差が現れる理由として以下の二つが考えられる. まず, 1 流体モデルの限界, 次に Rubey の式より算出される沈降速度の過小評価である. 今回対象とする粒子サーマル現象は乱れが十分に発達している現象であると考えられるが, 粒子粒径が大きい場合に解析結果と実験値とのずれが大きくなることを踏まえると, 1 流体モデルの限界である可能性は高い. しかし, Rubey の式では粒子粒径 d が十分大きな場合, 粒子の抵抗係数 $C_d=2.0$ となり, 球の一般的な抵抗係数 $C_d=0.47$ よりも約 4 倍大きくなるため, 沈降速度は過小に評価されている可能性も残る. この点については, 沈降速度を算出する式の検討なども含め, 今後さらに検討を行い, 1 流体モデルの適用限界について明らかにしたいと考えている.

4. おわりに

本モデルでは, 細粒子成分が現象に大きな影響を与える場合については十分な精度で粒子サーマルの挙動を再現することができるが, 粗粒子成分の影響が大きくなると, その挙動を再現することはできないということがわかった. これは, 1 流体モデルの限界もしくは Rubey の式により算出される沈降速度が過小に評価されたことが要因であると考えられる.

参考文献

- 1) 例えば, 秋山ら: 3次元モデルによる水平面上の粒子サーマルの流動・堆積シミュレーション, 水工学論文集, 第48巻, 2004.
- 2) 秋山ら: 粒径分布が直投土砂の濁りの拡がりに及ぼす影響, 水工学論文集, 第50巻, 2006.

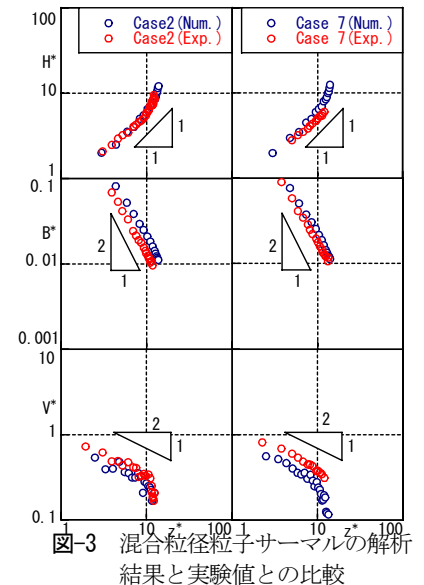


図-3 混合粒径粒子サーマルの解析結果と実験値との比較

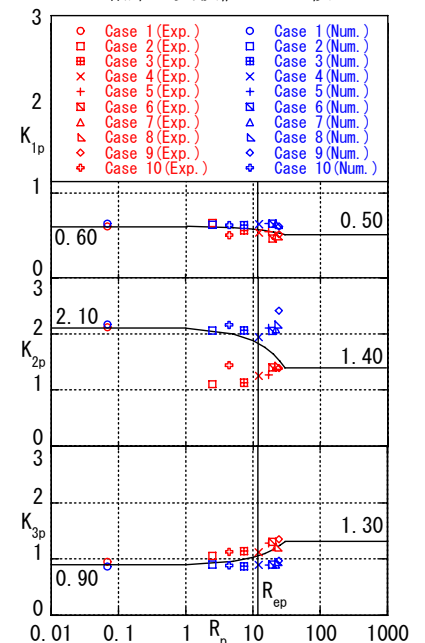


図-4 解析結果と実験値より得られた K_{1p} と R_{ep} の比較