

錘付浮屋根を設置した円筒容器内容液のスロッシング振動の解析

正会員 高西 照彦

九州産業大学 工学部 正会員 水田 洋司

新日鉄エンジニアリング 正会員 川口 周作

九州産業大学 工学部 学生会員 松浦 一郎

1. はじめに

円筒容器が地震によって大きな水平変位を受けた場合、その内容液はスロッシング振動を生じるが、それが発達するに従って波高が増大し、そのため波が容器の上端を超えたり、固定屋根に衝撃圧を加えるようになる。このスロッシング振動を低減するために容器にバツフルプレートを取付けたり、液面に浮屋根を浮かべたりすることが考えられている。浮屋根については、その円周回りに減衰材等を付加することによって制振作用を高めようとする試みがなされているようであるが、その効果はそれほど大きいとはいえないようである。本論では、浮屋根の制振作用をより大きくするために、浮屋根に1自由度の同調型振動系を取付けることを提案すると共にその制振作用の理論的解析を行った結果について述べた。さらに、理論解析によって導いた解を用いて数値計算を行い、得られた結果と模型実験によって得られた結果とを比較することによって、解析理論の有用性を示した。1自由度の同調型振動系としては種々のものが考えられるが、本論では図-1に示すような単振り振動系を採用した。

2. 解析理論

図-1に示すように、円筒容器が水平方向に円振動数 ω 、振幅 α の加速度を受けた場合、その運動を支配する方程式は、内容液が完全流体で渦無し流れと考えてもよい場合には、 ϕ を速度ポテンシャルとして、次のラプラスの式で表される。

$$\phi_{rr} + \phi_r/r + \phi_{\theta\theta}/r^2 + \phi_{yy} = 0 \tag{1}$$

境界条件は

$$\phi_y = 0, \quad y = H \tag{2}$$

$$\phi_r = -(\alpha/\omega) \cos \omega t \cos \theta, \quad r = R \tag{3}$$

$$\phi_y = \eta_t, \quad y = 0 \tag{4}$$

ここに、 η は水面の変位 (= 浮屋根の変位) であり、浮屋根が剛の場合、次式のように表される。

$$\eta = (r \cos \theta) \beta, \quad \beta : \text{浮屋根の回転角} \tag{5}$$

また、下付き添字は添字による偏微分を表している。

いま、単振り子の錘の振動が内容液の運動に与える影響が

小さいとしてこれを無視すれば、式(1)~(5)を満たす解は

$$\phi = R \left\{ -\left(\frac{r}{R}\right) (\alpha/\omega) \cos \omega t + R \beta \sum_{m=1}^{\infty} d_m J_1(k_m r) \cdot \cosh k_m (H - y) \right\} \cos \theta \tag{6}$$

ここに、

$$d_m = 2 / \{ k_m R (k_m^2 R^2 - 1) J_1(k_m R) \sinh k_m H \} \tag{7}$$

$$k_m R \text{ はベッセル関数 } J_1'(k_m R) = 0, \quad m = 1, 2, \dots \tag{8}$$

を満足する根である。また上付き添字 \cdot は時間に関する微分を、 \prime は引数に関する微分を表す。

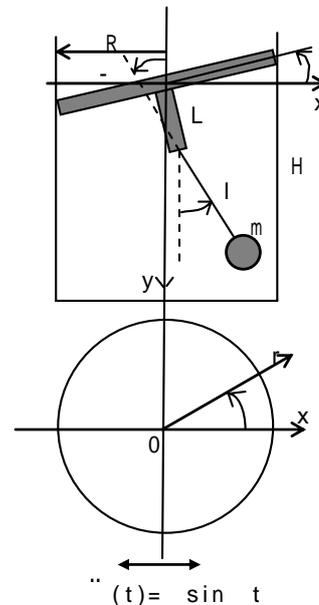


図-1 錘付浮屋根を設置した円筒容器と座標系

内容液に対する水圧は、内容液の密度を ρ_w とすれば、

$$p = -\rho_w \phi_r + \rho_w g y \tag{9}$$

と表される。上式を用いれば、浮屋根の重心を通る紙面に垂直な軸に対する左回りの水圧による回転モーメントは

$$M_z = \int_0^{2\pi} \int_0^R p(y = -\eta) r^2 \cos \theta dr d\theta = -\sum_{m=1}^{\infty} A_m \{ R \beta + k_m R \tanh k_m H (\alpha \sin \omega t + g \beta) \} \tag{10}$$

と表される。ここに、

$$A_m = \pi \rho_w R^4 (2 \coth k_m H) / \{ k_m^3 R^3 (k_m^2 R^2 - 1) \} \tag{11}$$

次に、単振り子と浮屋根の振動方程式は以下のように表される。

まず、単振り子については、錘は球形で、その質量を m 、体積を v 、振れ角を ψ 、振子長を l とすれば、

$$(m + \Delta m)(l\ddot{\psi} + L\ddot{\beta}) + \bar{c}_\beta \dot{\beta} + c_\psi \dot{\psi} + (m - \rho_w v)g\psi = -m\alpha \sin \omega t \quad (12)$$

上式において、単振り子の振れ角 ψ と浮屋根の回転角 β は小さく、それぞれ $\sin \psi \cong \psi$ 、 $\sin \beta \cong \beta$ が成り立つと仮定した。また、 Δm はスロッシング振動をしている内容液中で振動する錘に対する付加質量を表す。いまの場合、これを、近似的に静水中で加速度運動する球に対する付加質量に等しいとした。したがって、それは、球が排除する内容液の質量の 1/2、すなわち、 $\Delta m = \rho_w v / 2$ である。さらに、 L は図 - 1 に示すように、浮屋根と振り子の支点とを連結する剛部材で、その長さが長いほど浮屋根に対する振り子の張力に基づく回転モーメントの作用が大きくなることになる。最後に、 c_ψ 、 \bar{c}_β はそれぞれ $\dot{\psi}$ 、 $\dot{\beta}$ に比例する減衰係数で、本論の場合、単振り子の固有円振動数を n_ψ 、浮屋根のそれを n_β としたとき、それぞれ

$$c_\psi = 2h_\psi n_\psi (m + \Delta m)l \quad (13)$$

$$\bar{c}_\beta = 2h_\beta n_\beta (m + \Delta m)L \quad (14)$$

で表されるとした。ここに、 h_ψ 、 h_β は減衰定数である。

次に、浮屋根については、その慣性モーメントを J とすれば、

$$J\ddot{\beta} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \{R\ddot{\beta} + k_m R \tanh k_m H(\alpha \sin \omega t + g\beta)\} + c_\beta \dot{\beta} - (m - \rho_w v)gL(\psi - \beta) = 0 \quad (15)$$

上式の左辺第 1 項は浮屋根の回転慣性力を、第 2 項は内容液の水圧による復元モーメントを、第 3 項は浮屋根に関する減衰項を、第 4 項は単振り子の張力による復元モーメントをそれぞれ表している。ここに、 c_β は減衰係数で、本論では次式のように表せるものとした。

$$c_\beta = 2h_\beta n_\beta (J + R \sum_{m=1}^{\infty} A_m) \quad (16)$$

入力の加速度振幅 α 及び円振動数 ω が与えられたとき、式(12)と式(15)に示した微分方程式を同時に満足する解 β 及び ψ を求めれば、加振方向の壁面波高の応答値は式(5)より、次式のように得られる。

$$\tilde{\eta} = R\beta \quad (17)$$

3. 計算結果と実験結果との比較及び考察

模型を用いた振動実験においては、内径 5.8 cm、厚さ 1 cm、高さ 8.0 cm のアクリル製円筒容器に水深が 5.0 cm になるように水を満たして浮屋根を浮かべ、これに図 - 1 に示すように単振り子を取付けた上、この円筒容器を振動台の上に

設置して、加振加速度を 2 Gal に設定して、加振振動数を 1 Hz から 1.5 Hz まで 0.1 Hz 刻みで増加した場合についてそれぞれスポット加振を行い、加振方向の最大壁面波高 $|\tilde{\eta}|_{\max}$ を計測した。

浮屋根は直径 5.8 cm、厚さ 1 cm、質量 26.6 g の発泡スチロール製円板である。単振り子は錘の直径 4.96 cm、質量 50.0 g の鉄球である。振り子の長さについては、これを 10 ~ 20 cm に渡っている変えた場合について実験を行った。浮屋根と振り子の支点を結ぶ剛棒の長さは 6.4 cm とした。

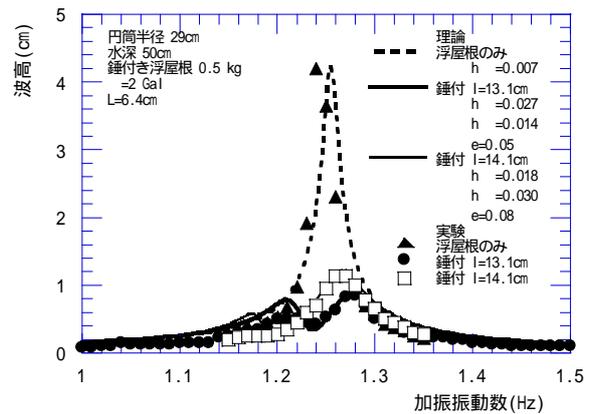


図 - 2 壁面波高の応答曲線 (理論値と実験値の比較)

壁面波高の応答曲線について、得られた結果の一例を図 - 2 に示す。同図において、点線と は容器の水面に浮屋根だけを浮かせた場合である。この場合、理論値と実験値はよく一致していることが分る。太実線と は振り子が $l = 13.1$ cm の場合で、このときが実験において最適同調振り子長に近い場合である。この場合には、応答曲線が 2 つのピークを持つようになる。いまの場合、最適同調振り子長の理論値は $l = 12.81$ cm である。同図から、計算結果と実験結果とは比較的良く一致しているといえよう。ただ、振動数の小さいピークの所で両者の間に多少の差が生じている。その原因については現在の所明確ではないが、考えられる点としては、(1) 浮屋根が振動中に容器の内壁に衝突することによって浮屋根に対する減衰作用が働くが、この作用が振動数によって異なる可能性があること、(2) 内容液のスロッシング振動が単振り子の錘の運動に与える影響を厳密に見積もっていないこと等が挙げられる。

また、細実線と は振り子が $l = 14.1$ cm の場合である。この場合も、左のピーク値を除いては理論値と実験値とは比較的良く一致しているといえよう。