Lagrange 手法を用いた熱対流モデルの構築

九州大学　工学部　学生会員　小畠健太
九州大学大学院工学研究院　正会員　西山浩司
九州大学大学院工学研究院　正会員　神野健二

1.目的

近年，異常気象やヒートアイランド現象の影響などにより日本各地で集中豪雨が頻発し，その被害は非常に大きなものとなっている．未然に被害を防ぐためには，正確な予報が必要となる．特に太平洋高気圧圏内で発生する積乱雲は, 局地的, 短時間に降雨をもたらす場合が多く, 時々刻々と激しく現象が変化するため,発生前にこれを行うことは難しい.

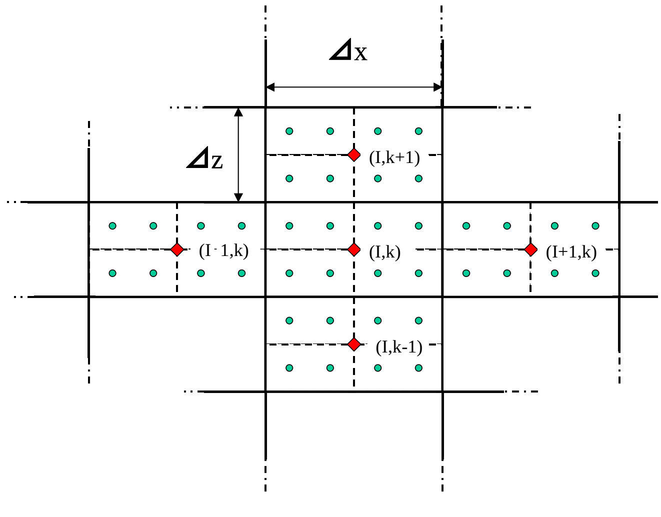
この場合，夏の午後に熱的局地循環による大気の対流不安定化と，海風進入が引き起こす水平収束によって雷雲が発生し豪雨となる．この種の集中豪雨被害を最小限に抑えるためには，雷雲発生を予測すること，あるいは判定することが非常に重要となる. そのため海風進入を予測できる二次元の熱的局地循環数値モデルが判定を行う上で重要なツールとなる．従来は Euler 手法を用いたモデルが良く使われているが，Euler 手法では方程式の移流項が非線形であるために数値解が不安定化する．そこで本研究では，Lagrange 手法を用いることで非線形不安定を解消し，安定した二次元熱対流モデルの構築を目的とする.

2.内容

2.1.モデルの構造

モデルは断面二次元とし，水平方向に⊿x=2000m, 鉛直方向に⊿z=50m の間隔で格子を区切り, 水平方向に 99 個，鉛直方向に 70 個の格子をとった．その後，図のように格子を 4 分割し，それぞれに 2 個ずつ，１つの格子に合計で 8 個の粒子を均等に配置した．（図−1）

粒子に物理量を与える際には内挿を行う．例えば、図の(I,k)格子内の粒子に関しては，隣接する 4 つの格子点（(I-1,k),(I+1,k),(I,k-1),(I,k+1)）の値を用い，格子点からの距離のずれを考慮して内挿する.



図−1　粒子の配置の仕方

2.2.基礎方程式について

空気は密度の時間変化を無視した非圧縮性流体とする. ここで計算される変数は水平風速 u, 鉛直風速 w, 温位θ，無次元気圧πで以下の 4 つの方程式から求めることができる.

ここに g は重力加速度，C_{pd} は乾燥空気の定圧比熱，F_x と F_z はそれぞれ拡散項を表す．Θは初期状態の鉛直温位分布を示し，ダッシュ記号は初期状態からの偏差を表す．K_h は熱の拡散係数を表し，水平方向，鉛直方向共に一定とした.

運動方程式

$$\frac{du}{dt} = -C_{pd}\Theta\frac{\partial\pi'}{\partial x} + F_x \cdots \text{(1)}$$

$$\frac{dw}{dt} = -C_{pd}\Theta\frac{\partial\pi'}{\partial z} + g\frac{\theta'}{\Theta} + F_z \cdots \text{(2)}$$

温位方程式

$$\frac{d\theta'}{dt}=\frac{\partial}{\partial x}(K_h\frac{\partial\theta'}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial z}(K_h\frac{\partial\theta'}{\partial z})\cdots \quad (3)$$

気圧に関する方程式

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\pi'=\frac{1}{C_{pd}\Theta}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(F_x-\frac{du}{dt}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(F_z-\frac{dw}{dt}+g\frac{\theta'}{\Theta}\right)\right]\cdots \quad (4)$$

（4）式を解くにあたり，上式を差分化し，ポアソン方程式（$A\pi'=f_{x,z}$）と考え，行列ＡをＬＵ分解後，逆行列を求め，右辺に乗じることでπ'を求めるという方法を採用した．

この方法を用いると，逆行列を一度計算すればその値を繰り返し使用することができ，計算の量をより少なくすることができる．

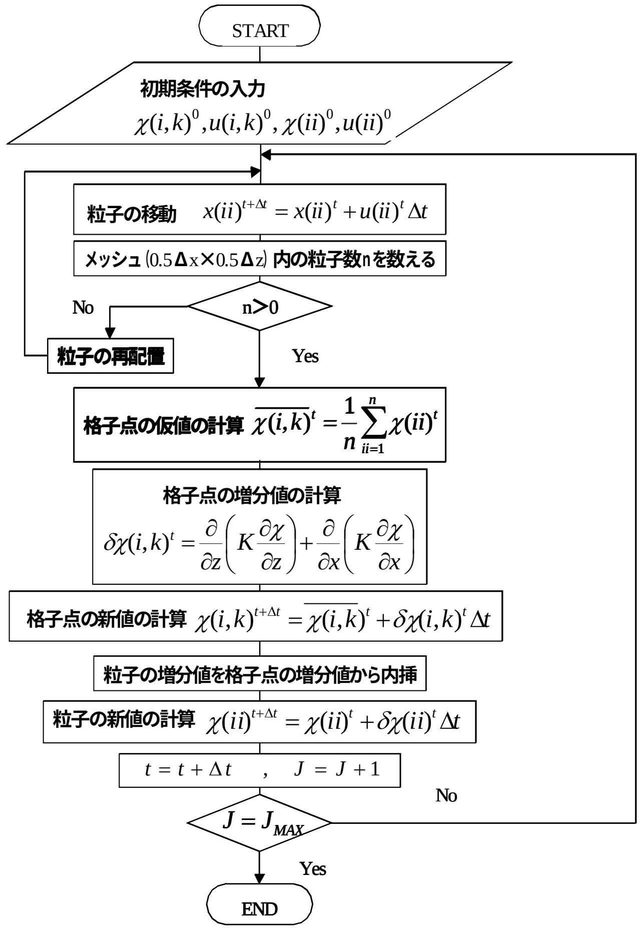
3.Lagrange 手法について

Lagrange 手法では特性曲線法を用いることによって非線形不安定の問題は解消される．特性曲線法では，物理量を与えた粒子を領域に多数配置し，その点の流速で移動させて特性曲線上で粒子の持つ物理量の変化を算定し，領域内の物理量分布の時間変化を求めていくことにより離散点の物理量を求める．**図ー**2 に Lagrange 手法による計算フローチャートを示す．

まず，**図**‐1 のように，対象領域を等間隔の格子に分け，均等に粒子を配置する．次に各粒子を，物理量を保持したままその点の速度でΔt だけ移動させる．そして格子内に存在する粒子の個数を求め，粒子の持つ物理量の平均値を格子点の仮値とする．仮値から移流拡散方程式を解いてΔt 時間後における格子点の物理量を計算する．

次に計算された格子点の物理量を用いて，Δt 時間後における粒子の物理量を計算する．粒子の物理量の増分は，2.1.で記した方法で内挿する．

粒子を繰り返し移動させていくと，境界や運動の激しい領域で格子内の粒子数が減少，またはなくなる場合がある．しかし，格子内に粒子がなければ仮値を求めることはできない．そこで(Δx/2)×(Δz/2)の空間に粒子がない場合には新たに 2 個の粒子を再配置する．このとき，再配置した粒子には格子点の持つ値を内挿して与えることとする．



図－2 計算フローチャート

4.結果

完成したモデルを用いて，地上に熱源を置いた場合の下層大気の熱対流について再現した結果について考察する．結果の具体的な内容については，発表時に述べる．