

水・底泥間での乱れの伝達に関する一考察

大分高専 正会員 東野 誠

1. はじめに

著者は湖沼・貯水池等の閉鎖性水域において、水域底部に堆積した底泥による溶存酸素(DO)消費過程について検討を行い、底泥直上の水柱から底泥表面へと移動する DO のフラックス(SOD: Sedimentary Oxygen Demand)推定のためのモデルを構築した¹⁾。しかしながら、この SOD 推定に関しては、現時点において幾つかの課題も残されている。一例として、底泥内部での DO 移動過程を取り上げてみると、従来、底泥内部の DO の拡散係数は水中のそれよりも小さく見積もられる場合が多かった。著者は、底泥内部での DO 移動過程は底泥直上の乱れの影響を受けると考え、その影響に関する考察を行った²⁾。すなわち、水・底泥境界面上の乱れ成分として正弦波を仮定し、これが底泥内部へと一定の速度で進行しつつ底泥の粘性によって減衰すると仮定して、数値実験による検討を行った。本研究においても前報と同様、底泥を高粘性の流体と考える。底泥直上の乱れは開水路での実測結果³⁾を基に流れ方向、および鉛直方向について摩擦速度の関数としてそれぞれ正弦波で与えるが、前報のような一定の速度での底泥内部への進行は仮定せず、底泥の粘性によって水・底泥境界面での乱れが内部へと伝達されると考えて、数値実験による検討を行った。

2. 基礎式と解析手順

図-1 のように流れの方向に x 軸、水・底泥境界面を原点($y=0$)として鉛直方向に y 軸を取れば、底泥内部の流れ場は連続の式、および Navier-Stokes の方程式に規定される。

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2)$$

ここに、 ρ は底泥の密度、 ν は底泥の動粘性係数であり、前報²⁾と同様、底泥を高粘性の Newton 流体と考えている。底泥直上の乱れは、開水路での実測結果³⁾に基づいて、水・底泥境界面($y=0$)での流速の x 方向成分と y 方向成分を摩擦速度 $U_* (= \sqrt{\tau_0 / \rho})$ 、 τ_0 : 底面せん断応力、 ρ : 水の密度)の関数として次式のように表わす。

$$\frac{u}{U_*} = 2.0 \exp[-i(kx - \sigma t)] \quad (3)$$

$$\frac{v}{U_*} = 1.0 \exp[-i(kx - \sigma t + \pi)] \quad (4)$$

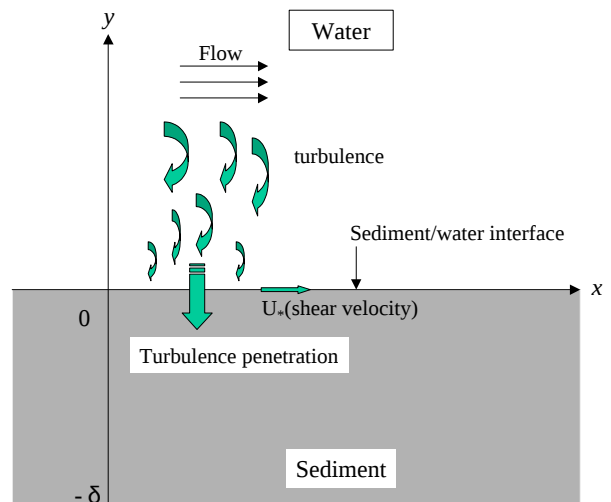


図-1 水・底泥間での乱れの伝達

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ 、 k は波数、 $\sigma (=2\pi/T)$ 、 T : 周期)は角周波数である。上式(3)、(4)で表わされる乱れは底泥の粘性によって内部へと伝達されるとともに、粘性によって減衰し、底泥表面から十分に下方では流れ方向成分(u)、鉛直方向成分(v)ともにゼロとなる。そこで、底泥内部の境界条件を次式で表わす。

$$u=v=0 \quad \text{at} \quad y=-\delta \quad (5)$$

一方、流れ方向には周期境界条件を仮定する。

基礎式(1)、(2)は速度スケールとして摩擦速度 U_* を、長さスケールとして δ を用いて無次元化され、流れ方向にスペクトル法、鉛直方向に差分法を用いて離散化される。その際、速度成分 u, v は同一点で、圧力 p は流速とは異なった点で定義される。離散化に際して、時間進行は圧力と連続の式を陰的に扱い、対流項と粘性項を含む H_i には2次精度の Adams-Bashforth 法が適用される。すなわち、

$$u_i^{n+1} + \Delta t \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} = u_i^n + \frac{\Delta t}{2} [3H_i^n - H_i^{n-1}] \quad (6), \quad \frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0 \quad (7), \quad H_i = -u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (8)$$

ここに、 $Re (=U_* \delta / \nu)$ はレイノルズ数である。これらは、第 n ステップまでの流れ場が求められているときに、さらに時間刻み t だけ先(第 $n+1$ ステップ)の流れ場を求めるための式である。流れ方向には次のようにフーリエ変換を行う。

$$f(I, J) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{f}(k, J) \exp[2\pi i \left(\frac{kI}{N}\right)] \quad (9)$$

連続の式についても同様にフーリエ変換され、これらを連立させることによって次の時刻の圧力のフーリエ成分 u と v のフーリエ成分が求まり、これらを逆フーリエ変換することによって新しい時刻の流れ場が得られる。一連の手順を繰り返して流れの時系列を得る。

計算領域は、図-1の底泥内部($\delta \times \delta$)であり、初期条件として底泥内部(高密度高粘性層)は静止した状態を与える。これは、湖沼等において、静止状態であった底泥直上に何らかの原因で突然、流れ(乱流)生じた状況を想定したものである。

図-2は、以上のようにして得られた鉛直方向流速成分 v の経時変化を摩擦速度 $U_* = 1\text{cm/s}$ 、長さスケール $\delta = 10\text{cm}$ 、周期 $T = 1.0\text{s}$ 、および $\nu / \nu_0 = 5$ (ν_0 : 水の動粘性係数)に対して示したものである。底泥表面($y=0$)近傍では、式(4)で表される $y=0$ の乱れによる流速変動に対応して v が周期的に変化している。この周期的な変動は底泥の粘性によって底泥内部へと伝達され、底泥表面からの深さとともに減衰し、十分に下方ではゼロになる。

3. 底泥内部での乱れの伝播と減衰

図-3は、 $U_* = 1.0\text{cm/s}$ 、 $\delta = 10\text{cm}$ 、および $T = 0.1\text{s}$ とし、底泥の粘度、すなわち、動粘性係数を $\nu / \nu_0 = 2, 5, 10, 20$ ($Re = 500, 200, 100, 50$)と変化させたときの y 方向の無次元乱れ強度 $\sqrt{v'^2} / U_*$ の鉛直分布を示したものである。なお、計算は底泥内部の流れ場が十分に発達するまで行い、その後、無次元時間に換算して $t^+ = U_* / \delta \cdot t = 10000$ の間に亘って時間平均を取り $\bar{v}$ 、 v' 等の各種乱流統計量を算出した。この図より、底泥の粘度に係わらず底泥表面より 0.5cm ($y = -0.5\text{cm}$) の乱れ強度は底泥表面でのその1%以下であり、底泥直上の乱れは底泥内部へと伝達されつつも底泥表面近傍で急激に減衰するのがわかる。また、高粘性の底泥ほど底泥表面の乱れを底泥内部へとよく伝達することは明らかであり、これは著者による底泥内部を乱れに起因する正弦波が一定の速度で進行する場合²⁾とは異なる。

次に、底泥内部への乱れの伝達に及ぼす乱れの周期の影響を調べた。図-4は摩擦速度と長さスケール、および底泥の動粘性係数を一定($U_* = 1.0\text{cm/s}$ 、 $\delta = 10\text{cm}$ 、 $\nu / \nu_0 = 10$)として底泥表面での乱れの周期を $T = 0.01, 0.1, 1, 10\text{s}$ と変化させた場合の乱れ強度の分布を示したものである。これより、周期が短い($T = 0.01\text{s}$)乱れ成分は底泥表面近傍で殆ど減衰し、底泥表面から深さ 1cm ($y = -1.0\text{cm}$) では底泥表面の値に比べて問題にならないほど小さく、底泥内部での物質移動に及ぼす影響は僅かである。一方、周期が長くなれば、乱れは底泥のより深部へと伝達されるようになり、物質移動、すなわち、DOの見掛けの拡散係数は乱れの影響を受けて、底泥表面に向かうほど大きくなると考えられる。このような、底泥内部での物質移動に及ぼす底泥直上の乱れの影響を定量的に評価するためには、DOの見かけの拡散係数を摩擦速度 U_* 、乱れの周期、底泥の粘度等の関数としてモデル化することが必要であり、今後の課題である。

参考文献

- 1) 東野 誠: 底泥による溶存酸素消費過程における濃度境界層発達の影響, 水工学論文集, 第48巻, pp.1011-1016, 2004.
- 2) 東野 誠: 底泥内部での分子拡散による物質移動に関する一考察, 平成16年度土木学会西部支部研究発表会, 2005.
- 3) Nezu, I. and Nakagawa, H.: Turbulence in Open-Channel Flows, IAH, Balkema, 1993.

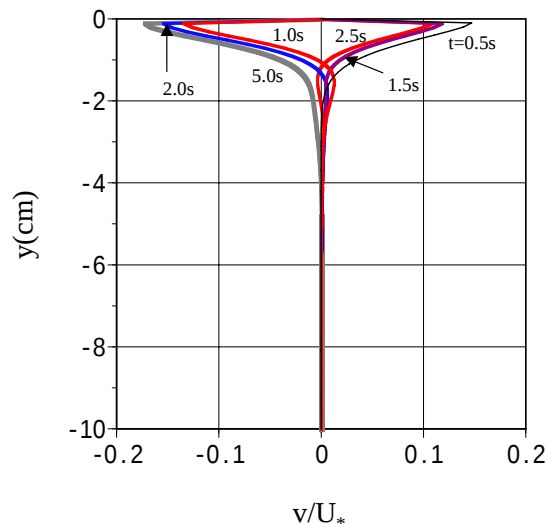


図-2 底泥内部への流速変動成分(v')の伝播

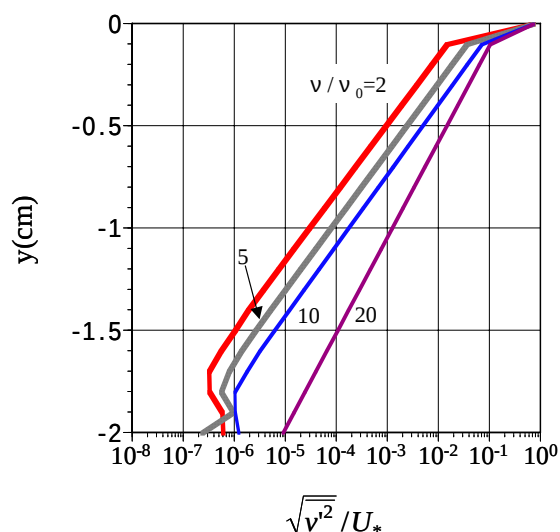


図-3 底泥内部の乱れ強度($\sqrt{v'^2}$)の分布

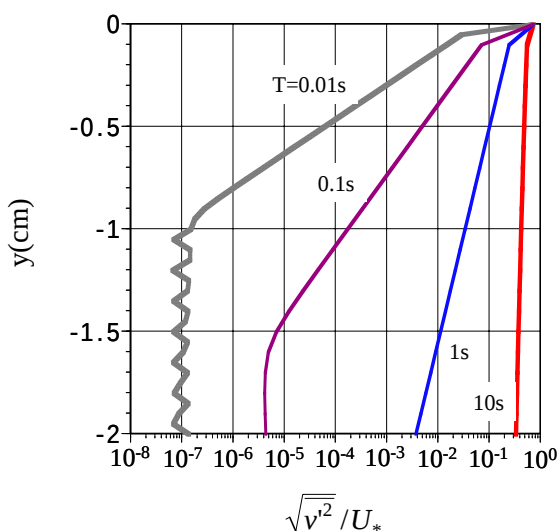


図-4 底泥内部での乱れの減衰に及ぼす乱れの周期の影響