周波数分解能と方向分解能が離散相互作用近似 DIA の計算精度に及ぼす影響

九州大学　学生会員　○岩谷　理　荒木健人
正会員　児玉充由　山城　賢　橋本典明

1．はじめに

現在多くの国々で利用されている第三世代波浪予報モデルWAMでは，非線形相互作用の計算に離散相互作用近似DIAが導入されている．DIAの導入によってWAMでは複雑に変動する風場への応答特性が従来の予報モデルに比べて向上した. DIAの計算精度についてはこれまでにも幾つかの検討例がある．しかし，周波数分解能や方向分解能がDIAの計算精度に及ぼす影響は必ずしも明確ではない．そこで本研究では，特に方向スペクトルの周波数分解能と方向分解能がDIAの計算精度に及ぼす影響を評価し，今後の高精度かつ効率的な次世代波浪推算モデルの開発に資することとした.

2．離散相互作用近似 DIA

非線形相互作用による波浪スペクトルの時間発展を記述するBoltzmann積分は次式で表される.

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial n(\mathbf{k}_4)}{\partial t} &= \int \Lambda \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3 G(\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_3,\mathbf{k}_4) \\
&\times \delta(\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3-\mathbf{k}_4)\delta(\omega_1+\omega_2-\omega_3-\omega_4) \\
&\times \{n_1 n_2 (n_3+n_4) - n_3 n_4 (n_1+n_2)\} \qquad (1)
\end{aligned}
$$

ここに， $n_j \equiv n(\mathbf{k}_j) = F(\mathbf{k}_j)/\omega_j$ ， $(j=1,\Lambda\ ,4)$ は波数ベクトル $\mathbf{k}_j$ の波の作用（密度）， $F(\mathbf{k}_j)$ は波数スペクトル, ω_j は角周波数で, $\omega_j^2 = gk_j \tanh k_j h$ を満足する. また, G は相互作用係数である．式(1)は４波共鳴の非線形相互作用を表す式で，４波共鳴条件：

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 \qquad (2)$$

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 \qquad (3)$$

を満足する成分波間で非線形相互作用が起こる.

式(1)は共鳴条件(2)と(3)により3つの独立変数による3重積分に変換できる．したがって，波数スペクトル $F(\mathbf{k})$ が与えられれば，共鳴条件の計算と3つの独立変数に関する3重のDOループによって，波数スペクトル $F(\mathbf{k})$ おける各成分波間の非線形エネルギー輸送が計算できる．しかし，例えば波浪予報モデルで用いられるような周波数分割数を25，方向分割数を12とする標準的な方向スペクトルを対象とする場合でも，式(1)の数値積分は膨大な計算量となり，実際に波浪予報モデルに組み込むことは，現段階では困難である.

Hasselmannら(1985)は，共鳴条件(2)と(3)を満たす無数の成分波を用いて式(1)を数値積分する代わりに，次式で表される唯一つの成分波の組合せでこれを代用した.

$$
\left.
\begin{aligned}
&\omega_1 = \omega_2 = \omega \\
&\omega_3 = \omega(1+\lambda) = \omega_+ \\
&\omega_4 = \omega(1-\lambda) = \omega_- \\
&\theta_1 = \theta_2 = \theta \\
&\theta_3 - \theta = \pm\cos^{-1}\left\{\frac{1+2\lambda+2\lambda^3}{(1+\lambda)^2}\right\} \\
&\theta_4 - \theta = \mu\cos^{-1}\left\{\frac{1-2\lambda-2\lambda^3}{(1+\lambda)^2}\right\}
\end{aligned}
\right\} \qquad (4)
$$

ここに，λ は4波共鳴する成分波の組合せを決めるパラメーターで，Hasselmannらは $\lambda = 0.25$ を採用した．このとき， $\theta_3 - \theta = \pm 11.5^\circ$， $\theta_4 - \theta = \mu 33.6^\circ$ となる.

式(4)の組合せだけを考慮すれば，式(1)の積分は次式のように簡略化できる.

$$
\begin{Bmatrix} \delta S_{nl} \\ \delta S_{nl}^{+} \\ \delta S_{nl}^{-} \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} -2(\Delta\omega\Delta\theta)/(\Delta\omega\Delta\theta) \\ (1+\lambda)(\Delta\omega\Delta\theta)/(\Delta\omega_+\Delta\theta) \\ (1-\lambda)(\Delta\omega\Delta\theta)/(\Delta\omega_-\Delta\theta) \end{Bmatrix}
\qquad (5)
$$

$$
\times C\omega^{11} g^{-4}\left[F^2\left\{\frac{F_+}{(1+\lambda)^4} + \frac{F_-}{(1-\lambda)^4}\right\} - 2\frac{FF_+F_-}{(1-\lambda^2)^4}\right]
$$

ここに, $F \equiv F(\omega,\theta)$, $F_+ \equiv F(\omega_+,\theta)$, $F_- \equiv F(\omega_-,\theta)$, C は相互作用係数である．このように式(4)と(5)を用いて非線形エネルギー輸送を計算する方法を離散相互作用近似(Discrete Interaction Approximation, 略して DIA)と呼ぶ.

3．WAM における DIA の取り扱い方

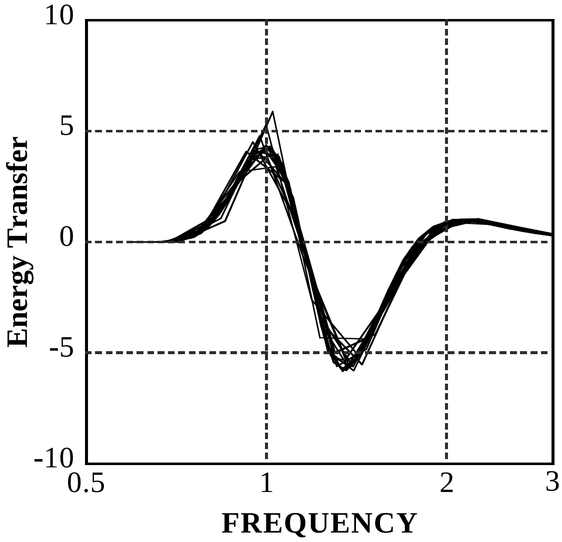
WAM で推算される方向スペクトルは, 方向角については等間隔 $\theta_m = (m-1)\Delta\theta$ で与えられるが，周波数については公比 $r = 1.1$ とする等比数列で， $f_n = r^{n-1} \times f_0$ で与えられる．デフォルト値は，方向分割数は 12 であり,

周波数分割数は最低周波数を $f_0 = 0.04177248$ として 25 で与えられている．この値は深海波の推算を対象として決められたものであり，この値を浅海域の波浪推算にそのまま適用すると，波浪が適切に発達しないなどの不合理が生じる．この問題については周波数分割数を大きくとって推算される周波数範囲を高周波数側に広げることにより，浅海域で発生する短周期の波を適切に推算することにより，妥当な推算結果が得られることが報告されている．

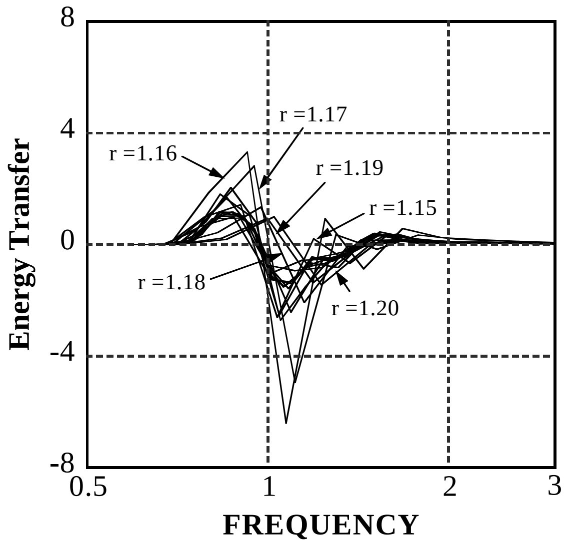
しかし，方向分割数や周波数分割数は計算時間に直接的に影響する．そこで推算精度を落とさない範囲でこれらのパラメータを小さく設定できれば経済的である．WAM では，方向角については等分割で与えられ，方向分割数に応じて $\Delta\theta$ の大きさを変えればよい．一方，周波数については，公比 $r = \mathrm{const.}$ の条件で周波数分割数を変えても方向スペクトルの周波数範囲が変わるだけで分解能は変わらない．すなわち，高精度で経済的かつ効率的な波浪推算を実施するためには，周波数分割に用いられている公比 r を変化させ, それが推算精度に及ぼす影響を評価する必要がある．

4．検討結果

WAM で用いられている DIA の方向分解能と周波数分解能の影響を検討した．**図-１**は，Pierson-Moskowitz スペクトルで Smax=10 の風波の方向スペクトルを対象として DIA による非線形相互作用を計算した結果である．非線形エネルギー輸送は周波数と方向角の関数として表示されるが，**図-1** はこれを方向角について積分し，周波数の関数として表示したもので，公比 r を変化させた結果を示している．**図-1** に見られるように，r を $r = 1.05 \sim 1.20$ の範囲で広く変化させても計算結果には顕著な差は見られない．一方，**図-２**は JONSWAP スペクトルで Smax=25 のうねりの方向スペクトルを対象として**図-1** と同様の計算を行った結果である．**図-2** の計算では $r = 1.05 \sim 1.14$ の範囲では計算結果に顕著な差は見られなかったものの, それよりも大きな r では計算結果が大幅に異なることがわかる．このように，公比 r の違いによる計算の不安定化は方向スペクトルの形状に依存することが分かる．なお，本研究では，公比 r だけではなく，$r = 1.10$ で一定として，方向分割数を 12, 16, 24, 36 と変化させて同様の検討を行ったが，この範囲内での方向分割数の相違による DIA の不安定化は生じなかった．



図－1　Pierson-Moskowitz スペクトルを対象とした DIA の計算結果



図－2　JONSWAP スペクトルを対象とした DIA の計算結果

以上より，精度を保ったまま，より経済的で効率的な波浪推算を実施するためには，周波数の分割に用いる公比 r の設定は重要であるが, 現在広く用いられている DIA を適用する限りにおいては，様々な形状の方向スペクトルを精度良く推算するためには, 公比 r を 1.14 より大きく設定すべきではないことが判明した．

5．おわりに

今後より経済的な波浪推算を実施するためには，公比 r をやや粗くとっても不安定にならない非線形相互作用の新たな近似計算法を開発することが必要であることが示唆された．

参考文献

1）Hasselmann, S. and K. Hasselmann (1985): Computations and Parameterizations of the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum. Part I: A New Method for Efficient Computations of the Exact Nonlinear Transfer Integral, J. Phys. Oceanogr., 15, pp.1378-1391.