

改良 SPH 法に関する一考察

琉球大学 学生会員 ○高安 豪 琉球大学 正会員 伊良波 繁雄
 琉球大学 正会員 富山 潤 琉球大学 学生会員 山城 建樹
 琉球大学 学生会員 神田 康行

1. はじめに

近年、要素－節点コネクティビティ情報が必要な、いわゆるメッシュレス法の研究が盛んに行われている。その一つに粒子法の一つである SPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法がある。SPH 法は節点ベースで解析でき、複雑な構造物のデータ作成や大変形解析を比較的容易に行えるという利点を有しており、今後その適用範囲の拡大が期待されている¹⁾。

しかし、従来の SPH 法に挙げられる問題の一つに自由境界における近似精度の低下がある²⁾。これは、境界付近での近傍粒子数の低下や粒子の非対称性から起こる問題である。これに対して、近似精度を上げる為、Kernel 近似式を改良した解析手法も提案されており、応力集中問題や弾塑性解析に適用されている³⁾。

そこで、本研究ではその手法を用いて、重み関数の微分精度や梁の振動解析に適用して、その有用性を示した。

2. 基本理論

SPH 法は次式に示すような Kernel 近似式を用いる。

$$f(x_i) \approx \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x - x_j, h) \quad (1)$$

$$\nabla f(x_i) \approx - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) \nabla W(x - x_j, h) \quad (2)$$

ここで $f(x_i)$ は任意の関数、 $W(x - x_j, h)$ は重み関数、 h は影響半径、 m_j と ρ_j はそれぞれ質量、密度である。また、式(2)は式(1)の微分形である。

つまり、SPH 法は連続体中に分散させた有限個の近傍粒子から影響半径内にある粒子の物理量を、重み関数を用いて評価粒子に内挿する手法である (Fig.1)。

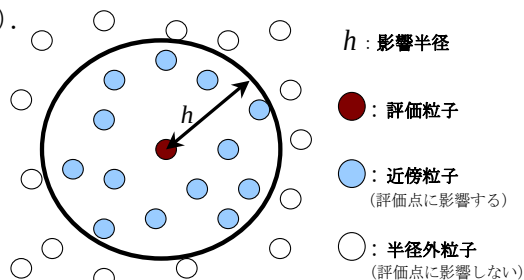


Fig.1 SPH 法 の 概念

したがって、その半径内に多くの粒子が存在していれば、評価点に対する精度は保証される。

しかし評価点が境界上、もしくは境界付近にある場合、影響半径内に存在する近傍粒子数が物体内部に比べて減少してしまい、その結果として評価点に内挿される物理量が低下し、精度が低下するという問題がある。

そこで本研究ではこの問題の解決方法として、次式に示す SPH 法の Kernel 近似式を改良したもの (以降改良 SPH 法) を用いる。

$$\Phi(x_i) = \frac{W(x_i - x_j, h)}{\sum W(x_i - x_j, h)} \quad (3)$$

ここで式(3)は、重み関数を影響半径内の重み関数の和で割ることによって得られる新たな Kernel 近似式である。上式を用いることにより、影響半径内における粒子数の減少による境界付近の物理量の低下を緩和する事ができる。この近似式を従来の SPH 法に適用すると、式(4)、(5)を得る。

$$f(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(x_j) W(x_i - x_j, h)}{\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} W(x_i - x_j, h)} \quad (4)$$

$$\nabla f(x_i) = \frac{1}{\rho_i} \frac{\sum_{j=1}^N m_j (f(x_i) - f(x_j)) \nabla W(x_i - x_j, h)}{\sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (x_i - x_j) \nabla W(x_i - x_j, h)} \quad (5)$$

3. 重み関数の微分精度

ここでは、従来の SPH 法と前節で示した改良 SPH 法の微分精度を比較するために、まず、Fig. 2 に示すように格子状に粒子を発生させ、2 変数関数 $f(x, y) = 2x + 2y$ を用いて精度評価を行った。

Fig.3(a)に従来の SPH 法の精度評価を、Fig.3(b)には改良 SPH 法の精度評価を示す。

キーワード 粒子法, SPH 法, 重み関数

連絡先 〒903-0129 沖縄県中頭郡西原町字千原 1 番地 琉球大学工学部環境建設工学科 TEL098-895-8663

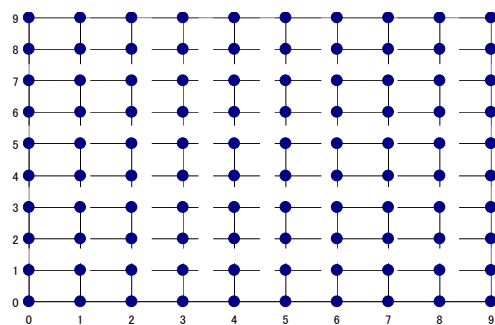
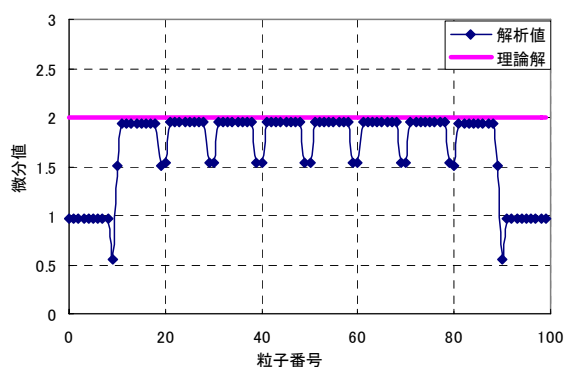
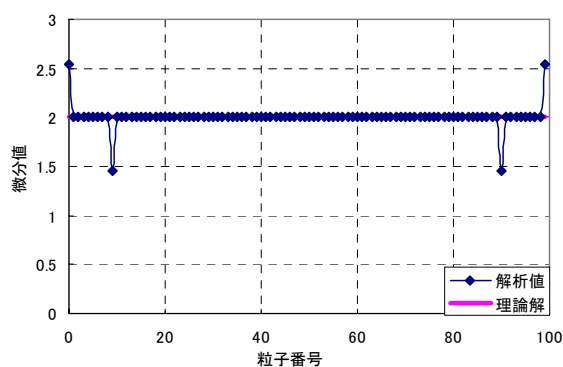


Fig.2 粒子配置



(a)従来の SPH



(b)改良 SPH

Fig.3 微分精度 (x 微分)

従来の SPH 法では、境界付近の微分精度が低下するのが確認できる。一方改良 SPH 法では、4 隅を除くすべての評価点に対して理論解と一致しているのがわかる。よって、改良 SPH 法は高い近似精度を有する事がわかる。

4. 数値解析例

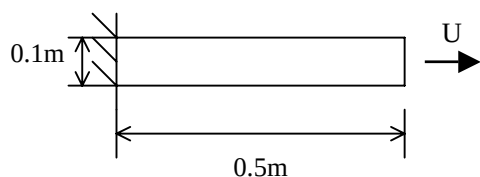
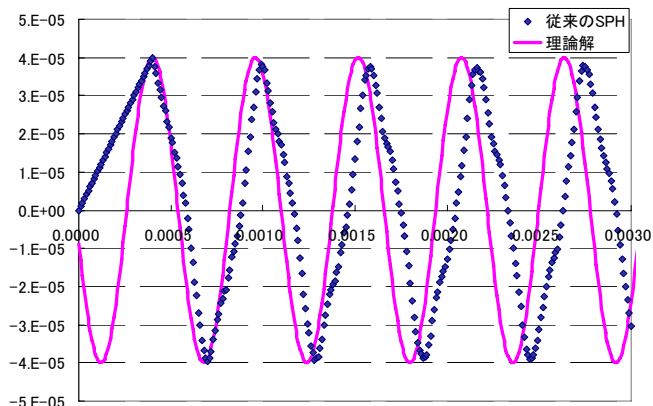


Fig.4 引っ張りを受ける片持ち梁

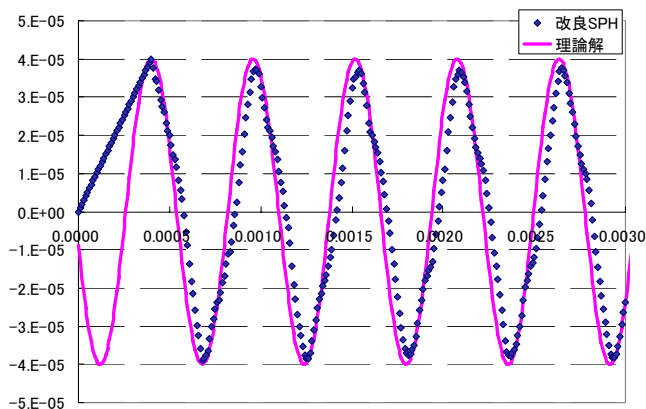
ここでは、Fig.4 のような引っ張りを受ける片持ち梁の振動解析により、従来の SPH 法と改良 SPH 法との比較検討を行う。解析に用いた諸係数は弾性係数

$E = 3.0 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ，ポアソン比 $\nu = 0.25$ ，単位体積重量 $\gamma = 2300 \text{ N/m}^3$ である。また、荷重は強制変位により载荷している。

Fig.5(a)に従来の SPH 法の解析結果、(b)に改良 SPH 法の結果をそれぞれ示す。従来の SPH では時間の経過とともに位相ずれが生じ理論解と離れていくのが確認できる。一方、改良 SPH は時間の経過に伴う位相ずれがなく理論解とほぼ一致している。



(a)従来の SPH



(b)改良 SPH

Fig.5 振動解析結果

5. まとめ

本研究では、SPH 法の境界における近似精度の低下を防ぐために、改良した Kernel 近似式を用いた。そして梁の振動解析を行った結果、従来の SPH 法と比べ良好な結果を得た。

今後の課題として境界付近の精度や倒壊などの大変形問題についても取り組んでいく予定である。

参考文献

- (1) 酒井譲ほか：SPH 理論に基づく粒子法による基礎的検討，日本機械学会論文集 (A 編)，Vol.67, pp.1093-1102, 2000
- (2) Fei Xu ほか：The Shepard Connection of Kernel Function in SPH Method，計算工学講演論文集，Vol.9, pp.228-295, 2004
- (3) 崎原康平ほか：粒子法をもちいた弾性応力解析及び弾塑性解析，土木学会第 60 回年次学術講演会，pp.1204-1205, 2005.9