ネットワーク更新による最適な工期短縮案に関する一考察

九州共立大学大学院　正会員　三原徹治
九州共立大学大学院　学生員　石川康成
九州共立大学大学院　学生員　相良栄作
第一復建㈱　正会員　千々岩浩巳

１．はじめに

ネットワークの基本的解析問題は，最小ツリー解析，最大流解析，最短路解析および最小費用解析に大別される．それぞれの解析に関して効率的に正解を求めるさまざまな手法が，主としてグラフ理論の研究者によって提案されている．しかしながら，ネットワークの修正に関する研究はさほど多くない．その理由として，一般的な最適性規準の設定が困難であること，結局 NP 困難な問題となる場合が多いことなどが考えられる．

クリティカルパス（CP）解析は，ネットワーク理論においては最短経路解析の応用問題のひとつと位置付けられる．その解析法の簡便さと得られる CP 上のイベント工期の総和がプロジェクト全体の工期となるという明快な性質とから，プロジェクトマネージメントの観点からさまざまなプロジェクトに用いられてきた[1)]．

本研究の目的は CP 解析をベースとしてイベント工期を短縮することにより（ネットワーク構造を変更しないで）全体工期が要求値以下となるようなネットワークのうち，最も変更費用が小さいものを求めるというネットワーク更新問題の効率的な解法の提示にある．本報告ではこの問題設定の必要性と特性を極めて簡単なネットワークにより検討し，その特性を活用する解法アルゴリズムについて言及する．

２．ネットワーク更新問題

(1) ネットワーク更新のコンセプト：あるネットワーク構造と各工事の工期 $P_k^{'}\ (k=1:K)$ とが与えられると，CP 解析によって CP と全体工期 $P_{CP}^{'}$ とが同時に求められる．この $P_{CP}^{'}$ より小さな工期の要求値 P_{req} が設定されたとき，ネットワーク構造を変更せずにこの要求に応えるためには各工事の工期を $P_k = P_k^{'} - \Delta P_k\ (k=1:K)$ と短縮しなければならない．この際，最も適切な短縮案を案出することがネットワーク更新のコンセプトである．なお，$\Delta P_k (\geq 0)(k=1:K)$ は工事 $k\ (k=1:K)$ の短縮量である．

(2) 原問題の定式化：更新されたネットワークの実行可能性を保証する制約条件は「更新されたネットワークの全体工期 P_{CP} は要求値 P_{req} 以下でなければいけない」と「工事 k の短縮量 $\Delta P_k (\geq 0)(k=1:K)$ は可能短縮工期 $Q_k\ (k=1:K)$ を越えてはならない」の２つである．この制約条件を満足するネットワークは数多く存在する．その評価関数として本研究では更新に関わる費用（更新費用）を用いる．ここでは，工事 $k\ (k=1:K)$ の１工期あたりの短縮経費 $C_k\ (k=1:K)$ が与えられるものとして，短縮工期 $\Delta P_k (\geq 0)(k=1:K)$ との積和で算出できるものとする．以上から，ネットワーク更新に関わる原問題は式(1)のように定式化される．

Given : ネットワーク構造，$P_k^{'}\ (k=1:K)$，P_{req}，$Q_k\ (k=1:K)$，$C_k\ (k=1:K)$

Find : $\Delta P_k (\geq 0)(k=1:K)$

Object : $\mathrm{Minimize}[\mathit{Cost} = \sum \Delta P_k C_k\ ]$ (1a)

Subject to : $P_{CP} \leq P_{req}$, (1b)

$\Delta P_k \leq Q_k$ (1c)

３．極めて簡単な例による必要性の検討

(1) 初期ネットワークのグラフ：初期ネットワークを表-1 のグラフおよび図-1 のネットワーク図のように設定する．ここに工事 3 はダミー（工期＝0，短縮可能工期＝0，１工期短縮経費＝0）である．図-1 中に赤線表示するように初期ネットワークの CP＝1→4 であり，全体工期 $P_{CP}^{'}$ ＝10＋15＝25 である．これに対して工期の要求値 P_{req} ＝23 を設定する．CP の性質から全体工期の短縮には CP 上の工事の工期短縮が必要である．そこで以下のように CP 上の工事 1，4 を短縮の候補として３パターンの短縮案を比較検討する．

(2) 案 1：まず，工事 1 の工期を 2 だけ短縮することを試みる．工事 1 の短縮可能工期 Q_1 ＝3＞2 より短縮可

能であり，変更後のネットワークは図-2 に示すように初期ネットワークと CP も変化せず，しかも全体工期 P_{CP} ＝23 と要求値を満足する変更になっている．この場合の短縮経費 $Cost$ ＝16 である．

(3) 案 2：次に，短縮可能工期＝5 の工事[4]の工期を 2 だけ短縮する．短縮経費 $Cost$ ＝12 は案 1 より小さいが，その更新ネットワークの CP は図-3 に赤線で示すように初期ネットワークの CP と異なり，全体工期 P_{CP} ＝24 と要求値を満足できていない．そこで，新たな CP[1]→[3]→[5]上の工事のうち 1 工期短縮経費が小さい工事[5]の工期をさらに 1 だけ短縮する．この追加措置後のネットワークは図-4 に示すようになり，CP が赤線と青線とで示す 2 経路出現し，全体工期 P_{CP} ＝23 と要求値を満足する．ただし，工事[5]の工期短縮費用が加算されて短縮経費 $Cost$ ＝12+6＝18 は案 1 より大きいものとなる．

(4) 案 3：最後に，工事[1]，[4]の工期をそれぞれ 1 だけを短縮する．更新ネットワークは図-5 に示すように CP が 2 経路出現し，全体工期 P_{CP} ＝23 と要求値を満足する．しかも，短縮経費 $Cost$ ＝14 は案 1，2 より小さく，最適な更新であることがわかる．

4．ネットワーク更新問題の特性と解法アルゴリズム

以上の極めて簡単な例での更新案の検討結果より次の特性が明らかとなった．すなわち，①全体工期 P_{CP} を短縮するためには CP 上の工事の工期を短縮する必要がある．その際，1 工期短縮経費 C_k が比較的小さい工事を優先すれば工期短縮経費 $Cost$ を小さくすることができる．②しかし工期短縮した結果，CP が変化すると全体工期 P_{CP} が工期の要求値 P_{req} 以下にならない場合が生じることがある．③この問題点を克服するためには，単純に CP 上の工事の工期のみを短縮するのではなく，ネットワーク全体を対象として取扱う必要がある．

この特性を考慮したネットワーク更新アルゴリズムは，初期 CP 上の工事のみを対象としたネットワーク更新後において CP が変化するか否かによる分岐があるフローになり，ネットワーク全体を対象とする最適化には遺伝的アルゴリズム GA のような離散的最適化ツールを用いる必要があることが予想される．

参考文献 1) 飯田恭敬:土木計画システム分析－最適化編－,森北出版,1991.

表-1 初期ネットワークのグラフとトータルフロート

k	始点	終点	P_k'	Q_k	C_k	TF_k
[1]	①	②	10	3	8	0
[2]	①	③	5	1	2	6
[3]	②	③	0	0	0	1
[4]	②	④	15	5	6	0
[5]	③	④	14	4	6	1

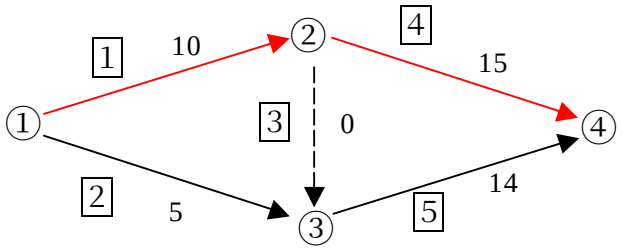

図-1 初期ネットワークのネットワーク

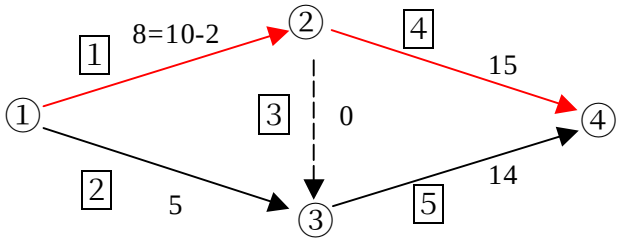

図-2 案 1 の更新ネットワーク図

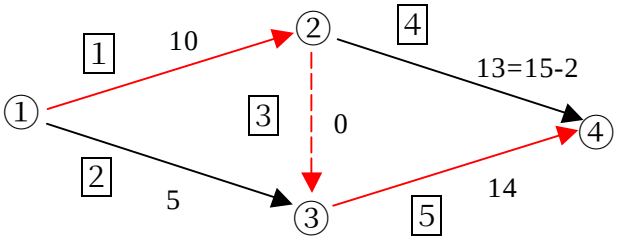

図-3 案 2 の更新ネットワーク図

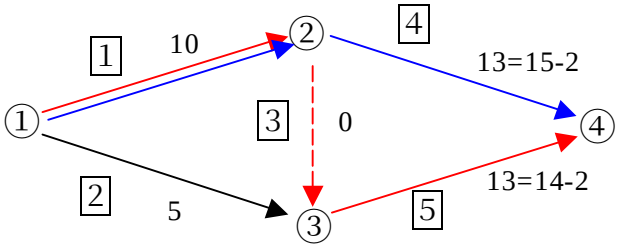

図-4 案 2 の更新のネットワーク図(追加措置後)

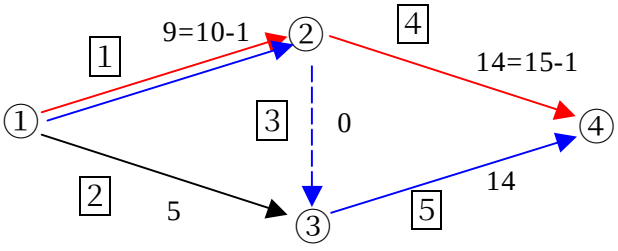

図-5 案 3 の更新ネットワーク図