

多次元 ARMA モデルを用いた常時微動による橋梁振動特性推定法と推定精度の検討

長崎大学工学部 学生員 ○ 郝 婕馨
長崎県土木部 正会員 中 忠資

長崎大学工学部 フェロー 岡林 隆敏
長崎大学大学院 学生員 大岩根健吾

1. はじめに

近年、橋梁の維持管理の視点から、橋梁の遠隔自動振動計測が必要になっている。著者らは、これまで 1 点計測による高精度振動計測アルゴリズムと計測システムを提案¹⁾してきた。本研究は、多点計測による橋梁振動特性(振動数・減衰定数・振動モード)の自動計測の手法とその有効性を検証したものである。ここでは、多次元 ARMA モデル²⁾を用いた常時微動による橋梁振動特性推定法と推定精度の検討を行った。多次元 ARMA モデルを用いることにより、観測点に対応する振動モードを容易に計測することができる。本論文では、ランガー橋の常時微動の数値シミュレーションを行い、得られた速度応答データより、振動特性を推定した。

2. 多次元 ARMA モデルの構成と係数の推定

構造モデルの各節点に外力が作用する場合の運動方程式は次式のように表すことができる。

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = f(t) \quad (1)$$

ここに、 M, C, K は質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクス、 $f(t)$ は外力ベクトルである。

(1)式を多次元 ARMA モデルで表現すると、次式ようになる。

$$y(k) + \sum_{s=1}^p G_s y(k-s) = \sum_{s=1}^p R_s e(k-s) \quad (2)$$

また、ARMA モデルは有限な多次元 AR モデルで表すことができる。多次元 AR モデルは、

$$y(k) + \sum_{s=1}^p G_s y(k-s) = e(k) \quad (3)$$

で表される。また、 m 点の観測値が m 次元ベクトル $y(k)$ で与えられたとすると、観測値の分散・共分散行列は次式で与えられる。

$$G(l) = \frac{1}{N} y(k)y^T(k-l), G(-l) = \frac{1}{N} y(k)y^T(k+l) \quad (4)$$

(3)、(4)式より、Yule-Walker 方程式を行列表示すると、次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} G(0) & \cdots & G(p-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G^T(N) & \cdots & G^T(N-p+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_1^T \\ \vdots \\ G_p^T \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G^T(1) \\ \vdots \\ G^T(N+1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

(5)式より、可観測変換された状態方程式の係数行列 A の要素である $G_1 \sim G_p$ が算出できる。

算出した $G_1 \sim G_p$ より、次式の固有値方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 0 & I & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & I \\ -G_p & -G_{p-1} & \cdots & -G_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi A \\ \vdots \\ \Psi A^{p-1} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} \Psi \\ \Psi A \\ \vdots \\ \Psi A^{p-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

(6)式を、 $A\Psi = \lambda\Psi$ として A の固有値解析を行うことにより、固有値と固有ベクトルが得られる。固有値の実数部部分 X_{Re} と虚数部分 X_{Im} を用いて、 Δ をサンプリング時間とすると、次のように固有円振動数 ω_k 、減衰定数 h_k が得られる。

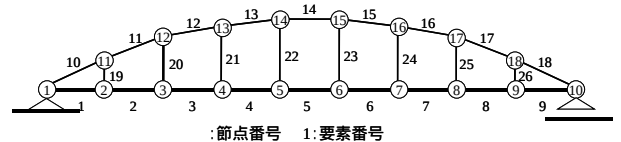


図 - 1 ランガー橋

表 - 1 ランガー橋諸元

形式	補剛桁橋
支間長 $L(m)$	58.995
ライズ $f(m)$	9.36
補剛桁の断面積 $A_1(m^2)$	2.24×10^{-2}
拱肋の断面積 $A_2(m^2)$	1.23×10^{-2}
曲げ剛性 $EI(kN \cdot m)$	1.74×10^4
桁全重量 $W(kN)$	1.47×10^3
格間数	9

表 - 2 固有振動数

	固有振動数 (Hz)
1次	1.742
2次	2.558
3次	4.018
4次	6.355
5次	9.734
6次	13.61
7次	17.60
8次	20.76

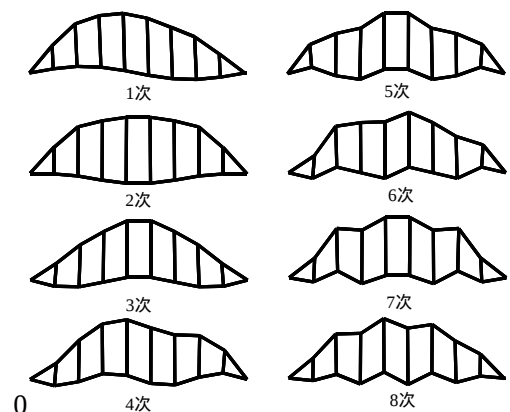


図 - 2 固有値解析による振動モード

$$\begin{aligned} h_k \omega_k &= (-1/\Delta) \ln \sqrt{X_{\text{Re}}^2 + X_{\text{Im}}^2} \\ \omega_k \sqrt{1-h_k^2} &= (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{\text{Im}}/X_{\text{Re}}) \end{aligned} \quad (7)$$

3. 数値シミュレーション

(1) 対象橋梁モデル

対象橋梁モデルはランガー橋とし、構造モデルを図-1に示す。このモデルの諸元を表-1に、1～8次までの固有振動数を表-2に示す。また、固有値解析により算出した1～8次までの振動モードを図-2に示す。

(2) 常時微動シミュレーション

本研究では、節点番号～の鉛直方向に独立な白色雑音を与えた場合の速度応答を常時微動とした。着目点は、図-1の節点番号～の多点観測とし、数値解析法にはモード解析法を用いた。また、各振動次数のモード減衰は0.02とした。

4. 同定結果

推定手法に基づき、30秒間の常時微動データを1回区分として合計100回発生させて、振動特性推定を行った。推定手法による合計100回の振動数推定軌跡、減衰定数推定軌跡をそれぞれ図-3、図-4に示す。これらの結果より、全次数における合計100回の振動数、減衰定数の推定が確認できる。

図-5に、合計100回の推定振動モードの平均値を示す。固有値解析で算出した振動モードと比較してみると、全次数において観測点の振動モードが算出できていることが確認できる。

次に、推定手法における振動特性推定結果を表-3に示す。振動数に着目してみると、全次数における推定振動数の平均値は、固有値解析に近い値が得られており、変動係数は約1%程度と精度良く推定できている。減衰定数に着目してみると、1次において平均値、標準偏差、変動係数は他の次数よりも高い値となっている。また、低次と高次において、平均値は設定値である0.02よりも高い値を推定していることが確認できる。

5. まとめ

本研究で得られた結果を要約し、以下に示す。

- (1) 多次元ARMAモデルを用いて、数値シミュレーションを行い、対象橋梁の振動特性推定を行った。
- (2) 本手法による合計100回の振動特性推定が確認できた。また、観測点に対応した振動モードの推定が可能であることが確認できた。

今後は、実橋計測を行うことにより、本手法の有効性をさらに検証していきたい。

[参考文献]1)中宮,岡林,奥松:ARモデルによる土木構造物の高精度振動特性推定法,土木学会第57回年学会,第部門,pp.1667～1668,2002.9 2)Jer-Nan Juang:Applied System Identification,Prentice Hall,1993.11

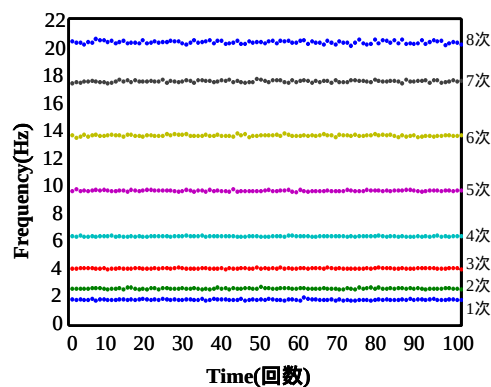


図-3 振動数推定軌跡

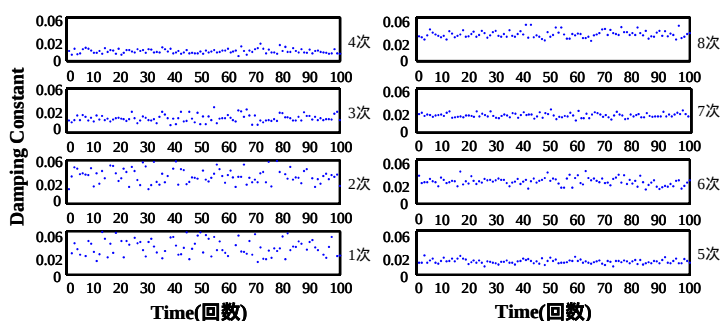


図-4 減衰定数推定軌跡

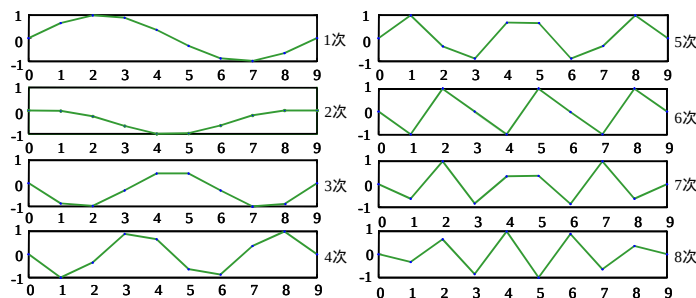


図-5 推定振動モード

表-3 振動特性推定精度

ランガー橋	解析値(Hz)	振動数(Hz)			減衰定数		
		平均値(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
1次	1.742	1.740	0.03874	1.225	0.04116	0.02998	36.41
2次	2.558	2.642	0.03415	1.293	0.03985	0.01144	28.70
3次	4.018	4.085	0.02526	0.6184	0.01918	0.004955	25.83
4次	6.355	6.385	0.02593	0.4062	0.01326	0.002977	22.44
5次	9.734	9.657	0.04109	0.4255	0.01781	0.002897	16.27
6次	13.62	13.61	0.06147	0.4516	0.03023	0.005196	17.19
7次	17.61	17.50	0.06785	0.3877	0.02320	0.002988	12.88
8次	20.76	20.31	0.1007	0.4958	0.03656	0.004659	12.74