

閉鎖都市における多地区多財均衡モデルの解法

崇城大学 正 員 田代 敬大  
宮内建設 杉田 憲寛

1. はじめに

これまで、土地・住宅需要者の付け値分布と土地所有者の資産選択に基づく「多地区多財均衡モデル」を最適化問題を含む連立方程式体系として定式化し、実質的に最適化問題のみとなる開放都市において、多用途の土地利用状況等を明らかにしている。しかし、本格的な連立方程式となる閉鎖都市においては、最適化問題の解析的な解が得られる 2 財 (用途) の土地利用状況等の検討に止まっている。

本研究は、開放都市と閉鎖都市が“逆問題”となることを利用し、開放都市モデルの繰り返し計算を行うことにより、閉鎖都市の非線形連立方程式の解法を検討するものである。

2. 多地区多財均衡モデル

多地区多財均衡モデルの骨子は、表 1 の通りである。単一中心都市の都市空間は各地区に離散化し (地区番号  $i$ )、用途を財とみなしている (用途番号  $j$ )。

まず、住宅地需要者に対数線形効用関数を仮定し、CBD 隣接地区  $i = 1$  の付け値分布に正規分布を仮定

すると、各地区付け値分布と敷地規模平均が得られ、住宅地需要関数が定義される。一方、土地所有者に無差別直線を仮定した平均・分散ポートフォリオ理論より、各用途に対する最適投資面積比率が得られ、住宅地供給関数が定義される。さらに、各地区各財の均衡条件、各財 (用途) 人口式、都市人口式等により、多地区多財均衡モデルが構成される。

3. 閉鎖都市の多地区多財均衡モデルの解法

都市内に立地する家計の効用 (付け値分布) を外生的に与えて都市人口を内生的に決定する開放都市モデルに対し、都市境界を超えての家計の移動が閉ざされている閉鎖都市モデルは、外生的な都市人口を所与として都市内立地家計の効用水準 (付け値分布水準) を内生的に決定するという、前者のいわば“逆問題”となっている。

この関係を利用すると、各財の地区 1 付け値平均を未知数とする非線形連立方程式である閉鎖都市モデルは、開放都市モデルを繰り返し計算することによる解法が可能となる。

表 1 多地区多財均衡モデル

<p>(0) 基本パラメータ・記号</p> <p><math>i</math>: 地区番号。 <math>j</math>: 財・用途タイプ番号 (農地 <math>j = 1</math>) <math>t(x_i)</math>: 都心からの距離 <math>x_i</math> の交通費関数。 <math>y_j</math>: 用途 <math>j</math> の需要者所得。  <math>I_j(x_i)</math>: 用途 <math>j</math> 需要者の地区 <math>i</math> の純所得 (<math>I_j(x_i) = y_j - t(x_i)</math>)  <math>N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)</math>: 用途 <math>j</math> 地区 <math>i</math> の付け値分布。 <math>\rho_{ij}</math>: 用途 <math>j</math> 用途 <math>i</math> 間の付け値の相関係数。 <math>d</math>: 土地所有者の希望水準。  <math>A_i</math>: 地区 <math>i</math> の土地面積</p>	<p>(3) 各地区住宅地需要関数 <math>D_{ij}(\cdot)</math>  <math>D_{ij}(\mu_{ij}, \sigma_{ij}, n_{ij}) = n_{ij} E[L_{ij}]</math>  <math>n_{ij}</math>: 地区 <math>i</math> 住宅地需要者数 <math>E[L_{ij}]</math>: 地区 <math>i</math> 敷地規模平均</p> <p>(4) 各地区土地所有者の期待効用 <math>\theta_i = \frac{\mu_{ip} - d}{\sigma_{ip}}</math>  <math>\mu_{ip}</math>: 地区 <math>i</math> 土地所有者のポートフォリオ期待値。  <math>\sigma_{ip}</math>: 地区 <math>i</math> のポートフォリオ標準偏差</p> <p>(5) 各地区各財供給関数 <math>S_{ij}(\cdot)</math>  <math>S_{ij} = \xi_{ij}^* (\mu_{i1}, \Lambda, \mu_{ij}, \Lambda, \mu_{im}, \sigma_{i1}, \Lambda, \sigma_{ij}, \Lambda, \sigma_{im}) A_i</math>                  ここに、 <math>\xi_{ij}^*</math>: 地区 <math>i</math> 用途 <math>j</math> の最適投資面積比率</p> <p>(6) 各地区各財均衡条件 <math>D_{ij}(\cdot) - S_{ij}(\cdot) = 0</math>                  ただし、すべての地区 <math>i</math>、すべての財 (用途) <math>j</math></p> <p>(7) 財 (用途) <math>j</math> 人口  <math>N_j = \sum_{i=1}^{i=m} n_{ij} = \sum_{i=1}^{i=m} \xi_{ij}^* A_i / E[L_{ij}]</math>                  ここに、 <math>n_{ij}</math>: 地区 <math>i</math> の都市的用途 <math>j</math> の人口</p> <p>(8) 都市人口 <math>N = \sum_{j=2}^{j=J} N_j</math></p>
<p>(1) 住宅地需要者個人の効用関数等</p> <p>効用関数 <math>u_j = \alpha_j \ln z + \beta_j \ln L_{ij}</math>                  地区 <math>i</math> の付け値 <math>P_{ij}(x_i, u_j) = \alpha_j^{\alpha_j/\beta_j} \beta_j I(x_i)^{\beta_j} e^{-u_j/\beta_j}</math>                  地区 <math>i</math> の敷地規模 <math>L_{ij}(x_i, u_j) = \beta_j I(x_i) / P_{ij}(x_i, u)</math>  <math>\alpha_j, \beta_j</math>: パラメータ。 <math>z</math>: 合成財消費量</p> <p>(2) 各地区住宅地付け値分布 <math>P_{ij} \sim</math> 正規分布 <math>N(\mu_{ij}, \sigma_{ij}^2)</math>  <math>\mu_{ij} = \kappa_i \mu_{1j}</math> <math>\sigma_{ij} = \kappa_i \sigma_{1j}</math> <math>\kappa_i = (I_j(x_i) / I_j(x_1))^{1/\beta_j}</math></p>	

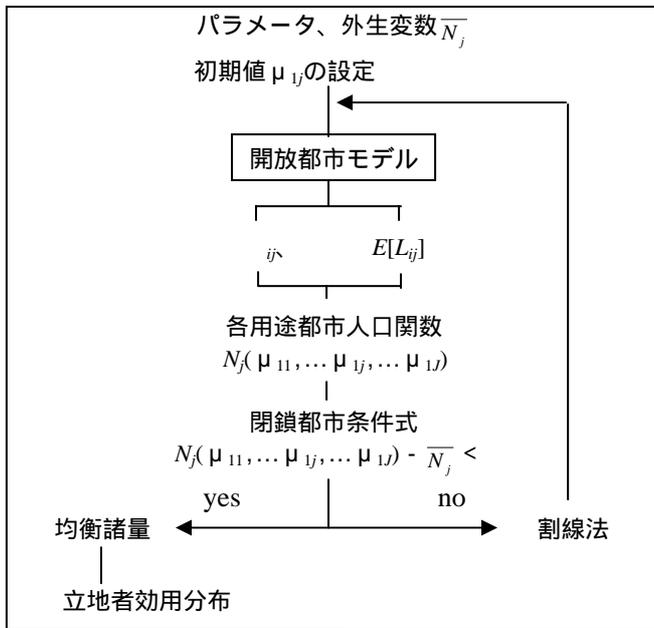


図1 閉鎖都市モデルのアルゴリズム

閉鎖都市問題は、次のように定式化される。外生変数は都市人口であり、用途*j*に対する都市人口を $\bar{N}_j$ とする。ここで、各用途の付け値分布の変動係数をパラメータとすると、未知数である地区1付け値平均 $\mu_{ij}$ の関数としての各用途の都市人口関数 $N_j(\mu_{11}, \dots, \mu_{ij}, \dots, \mu_{1D})$ は、式(7)を財(用途)*j*について集計すれば構成できる。閉鎖都市となる条件は、すべての*j*に対して、次の閉鎖都市条件式

$$N_j(\mu_{11}, \dots, \mu_{ij}, \dots, \mu_{1D}) - \bar{N}_j = 0 \quad (9)$$

が成立することである。式(9)は $\mu_{11}, \dots, \mu_{ij}, \dots, \mu_{1D}$ に関する非線形の連立方程式となっており、ここでは割線法を用いて解くことを考える。

さて、閉鎖都市における多地区多財均衡モデルの解法アルゴリズムは、図1のようになる。

まず、付け値平均 $\mu_{ij}$ の初期値の下で開放都市モデルを解けば、土地所有者の最適化問題が解かれて、最適土地利用面積比率 $ij^*$ 、敷地規模平均 $E[L_{ij}]$ が得られ、各用途の都市人口関数値が算出される。これより閉鎖都市条件式の判定式から、満足すれば最適解 $\mu_{ij}^*$ が得られ、不満足であれば割線法を用いて繰り返し計算に入る。最適解 $\mu_{ij}^*$ が得られれば、他の均衡所量、さらに各用途立地者の均衡効用分布が得られる。

4. 数値計算例

ここでは、適切な設定条件の下で、閉鎖都市人口

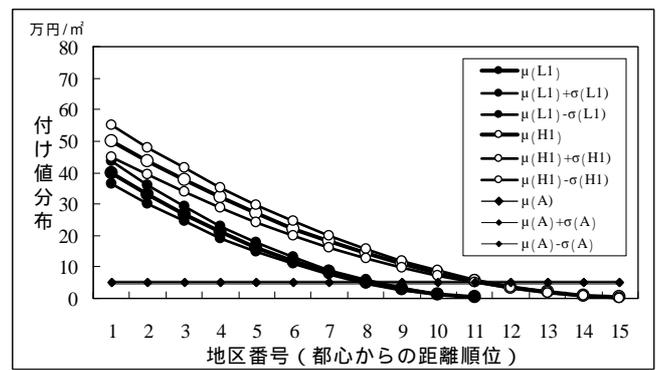


図2 各地区付け値分布(地価分布)

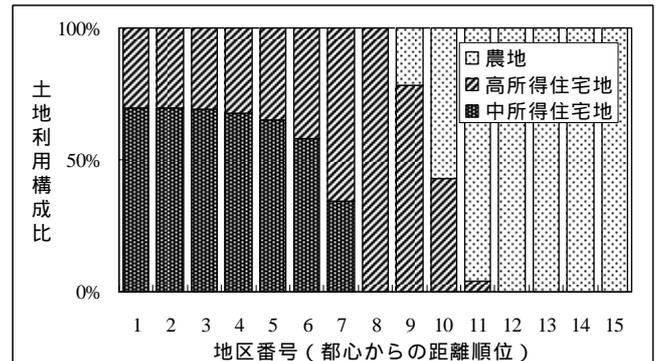


図3 均衡土地利用形態

(1次元都市)5万人のうち中所得者3.5万人、高所得者1.5万人と想定し、農地、中所得者住宅地、高所得者住宅地の多地区3財均衡モデルの解を示す。

図2は3用途の各地区均衡付け値分布、図3は均衡土地利用形態である。住宅地均衡付け値はCBD隣接地区1より郊外に向かって減少している。ただし、地価分布として実現するのは図3で土地利用が実現している用途の地価分布であり、用途混在地区では各用途の地価分布が混在することになる。均衡土地利用状況は、地区1より両所得階層の住宅地の混在が見られ、地区8では高所得者の住宅地が純化しており、地区9よりスプロールしながら都市境界地区へ至っている。

なお、各用途の需要者の均衡効用分布、土地所有者の均衡期待効用も算出され、外生変数やパラメータの変更による比較静学分析も可能である。

5. おわりに

本研究では、多地区多財均衡モデルの閉鎖都市における解法を明らかにした。この解法は一般的であり、原理的には、多数の財(用途)においても閉鎖都市の解を得ることが可能である。