

階段式魚道におけるプランジングフロー発生条件の理論解析

九州工業大学大学院 学生員 木内大介  
 九州工業大学工学部 正会員 鬼束幸樹 秋山壽一郎  
 九州工業大学工学部 学生員 川良典彰

1. はじめに

階段式魚道では、流量の変化等の影響により流れの形態がプランジングフロー、ストリーミングフローおよびその遷移状態に変化する<sup>1)</sup>。ここに、プランジングフローとは隔壁を越流した流れが一度プール底面付近まで潜り込み、続いて底面付近を下流方向に流れてプール下流側の隔壁に衝突することで再び水面付近に浮上する流れであり、ストリーミングフローとは、隔壁を越流した流れが水面付近を流れて次の隔壁を越流する流れである。魚の遡上にはプランジングフローが適していると言われて<sup>2)</sup>、流れの形態を決定するパラメータは未だ理論的に解明されておらず、遡上および降下に適した階段式魚道の設計指針が確立していないのが現状である。本研究は、階段式魚道においてプランジングフローが発生する条件を理論的に検討したものである。

2. 理論的考察

図-1に階段式魚道にプランジングフローが発生した状況を示す。流下方向に  $x$  軸を、鉛直上向きに  $y$  軸をとり、 $x$  および  $y$  軸方向の時間平均流速を  $U$ 、 $V$  とした。流れの形態を決定するパラメータは、アスペクト比  $L_x/(L_y + \Delta y)$ 、流入角度  $\theta$  および流入時の運動量と推測される。

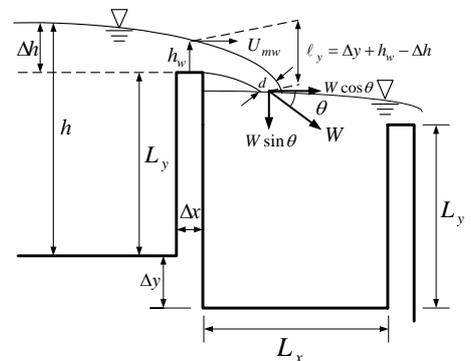


図-1 プランジングフローの概要

(1) プランジングフローに関する理論展開

プール内水面と隔壁水面でベルヌーイの式を立てると次式となる。

$$\Delta y + h + \frac{U_m^2}{2g} = \Delta y + L_y + h_w + \frac{U_{mw}^2}{2g} \quad (1)$$

ここに、 $U_m$  は断面平均流速である。堰上で流れが限界流となることを利用すると、堰上水深  $h_w$  および堰上流速  $U_{mw}$

は次式となる。

$$h_w = (hFr^2 + 2\Delta h)/3 \quad (2)$$

$$U_{mw} = \sqrt{g(hFr^2 + 2\Delta h)/3} \quad (3)$$

堰上の水面と次のプールとの鉛直落差  $\ell_y$  は幾何学的に次式となる。

$$\ell_y = \Delta y + h_w - \Delta h \quad (4)$$

式(4)に式(2)を代入し、自由落下理論を利用すると、落下時間  $t$  は次式となる。

$$t = \sqrt{2(hFr^2 - \Delta h + 3\Delta y)/(3g)} \quad (5)$$

落下流が水面に到達した時の流速ベクトルを  $W$  とする。鉛直下向き流速  $W \sin \theta$  は自由落下理論および式(5)を利用すると次式となる。

$$W \sin \theta = \sqrt{2g(hFr^2 - \Delta h + 3\Delta y)/3} \quad (6)$$

堰を離れた流れの水平方向の挙動が等速運動と仮定すると、 $W \cos \theta$  は式(3)と同値となる。

$$W \cos \theta = \sqrt{g(hFr^2 + 2\Delta h)/3} \quad (7)$$

式(6)および(7)より流入角度  $\theta$  が求められる。

$$\theta = \tan^{-1} \sqrt{2 + \frac{6(1 - \Delta h/\Delta y)}{h/\Delta y \cdot Fr^2 + 2\Delta h/\Delta y}} \quad (8)$$

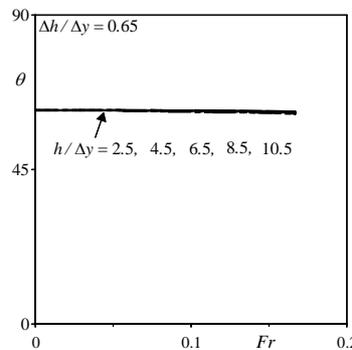


図-2 流入角度  $\theta$  とフルード数  $Fr$  との関係

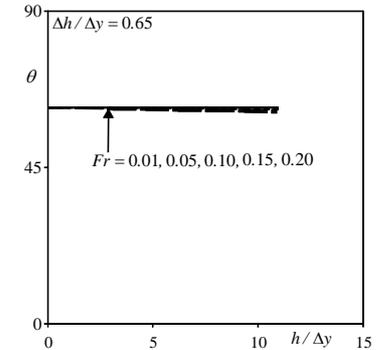


図-3 流入角度  $\theta$  と相対水深  $h/\Delta y$  との関係

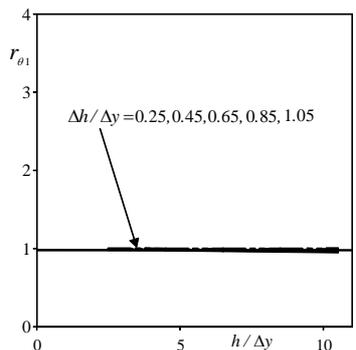


図-4  $r_{\theta 1}$  と相対水深  $h/\Delta y$  との関係

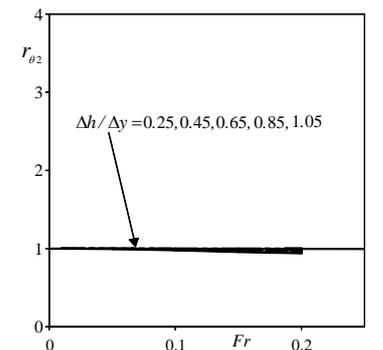


図-5  $r_{\theta 2}$  と相対水深  $h/\Delta y$  との関係

続いて、堰上の流量  $h_w U_{mw}$  と落下点との間に連続の式を立てて、流速  $W$  を代入すると落下流の流脈幅  $d$  が得られる。

$$d = \sqrt{(hFr^2 + 2\Delta h)^3 / (3hFr^2 + 4\Delta h)} / 3 \quad (9)$$

式(6), (7), (9)より運動量  $dW^2$  は次式となる。

$$\frac{dW^2}{g\Delta y^2} = \frac{1}{9} \sqrt{\left(\frac{h}{\Delta y} Fr^2 + 2\frac{\Delta h}{\Delta y}\right)^3 \cdot \left(3\frac{h}{\Delta y} Fr^2 + 4\frac{\Delta h}{\Delta y}\right)} \quad (10)$$

以上のように、流れの形態を直接決めているのはアスペクト比  $L_x / (L_y + \Delta y)$ 、流入角度  $\theta$  および運動量であるが、式(8)および(10)に見られるように、これらを決定するパラメータは、フルード数  $Fr$ 、相対水深  $h / \Delta y$ 、アスペクト比  $L_x / (L_y + \Delta y)$  および相対プール高落差  $\Delta h / \Delta y$  の4つである。

### 3. 各パラメータのオーダー比較

流れの形態を決定するパラメータは上述の4つであるが、工学的には少ないパラメータで流れの概略を予測できればよいので、ここでパラメータの寄与率のオーダー比較を行い、

パラメータ数を減ずることを試みる。一般に、

開水路流の速度水頭は圧力水頭より微小である。そこで、フルード数  $Fr$  および相対水深  $h / \Delta y$  が流入角度  $\theta$  および運動量  $dW^2 / g\Delta y^2$  に及ぼす寄与率を比較する。通常、現地および模型実験で発生しうるパラメータの範囲<sup>3)</sup>( $0 < Fr \leq 0.2$ ,  $0 < h / \Delta y \leq 10.5$ ,  $0 < \Delta h / \Delta y \leq 1.05$ )において、フルード数  $Fr$  および相対水深  $h / \Delta y$  が流入角度  $\theta$  に及ぼす影響を式(8)より算出したものを図-2および図-3にそれぞれ示す。両パラメータとも流入角度  $\theta$  に及ぼす影響は微小である。ここで、フルード数  $Fr$  が最大の時とゼロの時との流入角度の比を  $r_{\theta 1} = \{\theta(Fr = Fr_{max})\} / \{\theta(Fr = 0)\}$ 、相対水深  $h / \Delta y$  が最大の時とゼロの時との流入角度の比を  $r_{\theta 2} = \{\theta(h / \Delta y = h / \Delta y_{max})\} / \{\theta(h / \Delta y = 0)\}$  と定義する。図-4に  $r_{\theta 1}$  と相対水深  $h / \Delta y$  との関係を示す。図-5に  $r_{\theta 2}$  とフルード数  $Fr$  との関係を示す。これらの図からも両パラメータが流入角度  $\theta$  に及ぼす影響は微小であることがわかる。

図-6、図-7にフルード数  $Fr$  および相対水深  $h / \Delta y$  が運動量  $dW^2 / g\Delta y^2$  に及ぼす影響をそれぞれ示す。フルード数  $Fr$  の変化に伴う運動量変化量よりも、相対水深  $h / \Delta y$  の変化に伴う運動量変化量の方が大きいことがわかる。流入角度  $\theta$  の解析と同様に、フルード数  $Fr$  が最大の時とゼロの時との運動量の比を  $r_{m1} = \{dW^2 / dy^2(Fr = Fr_{max})\} / \{dW^2 / dy^2(Fr = 0)\}$ 、相対水深  $h / \Delta y$  が最大の時とゼロの時との運動量の比を  $r_{m2} = \{dW^2 / dy^2(h / \Delta y = h / \Delta y_{max})\} / \{dW^2 / dy^2(h / \Delta y = 0)\}$  と定義する。図-8に  $r_{m1}$  と相対水深  $h / \Delta y$  との関係を示す。図-9に  $r_{m2}$  とフルード数  $Fr$  との関係を示す。 $r_{m2}$  の変化量に比べ  $r_{m1}$  の変化量は小さく、これらの図からも相対水深  $h / \Delta y$  が及ぼす影響に比べ、フルード数  $Fr$  が運動量に及ぼす影響は小さいことがわかる。

### 4. おわりに

階段式魚道内の流れの形態を決定するパラメータは、アスペクト比  $L_x / (L_y + \Delta y)$ 、相対水深  $h / \Delta y$ 、相対プール高落差  $\Delta h / \Delta y$  およびフルード数  $Fr$  の4つであることが理論的に求められた。また、現地および模型実験で発生しうるパラメータの範囲においてオーダー比較を行った結果、フルード数  $Fr$  の影響が他の3つのパラメータよりも微小であることが解明された。

### 参考文献

- 1) Rajaratnam, N. and Katopodis, C. and Mainali, A., *J. Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol.114, pp.939-944, 1988.
- 2) 高須修二, 箱石恵昭, 村岡敬子, 田中和浩, 尾寄佳史, 水工学論文集, 第38巻, pp.351-356, 1994.
- 3) 川良典彰, 鬼束幸樹, 秋山壽一郎, 木内大介, 平成16年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集, II, 2005.

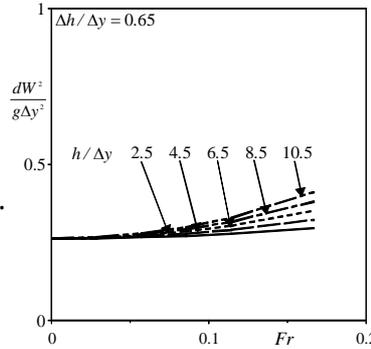


図-6 運動量とフルード数  $Fr$  との関係

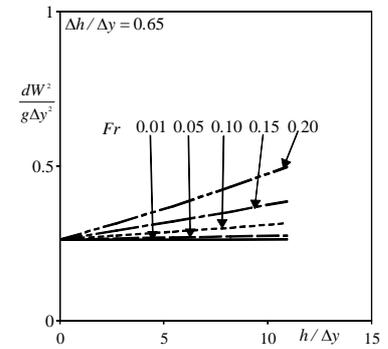


図-7 運動量と相対水深  $h / \Delta y$  との関係

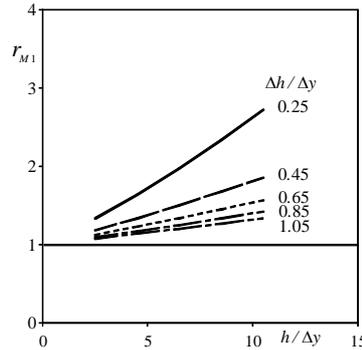


図-8  $r_{m1}$  と相対水深  $h / \Delta y$  との関係

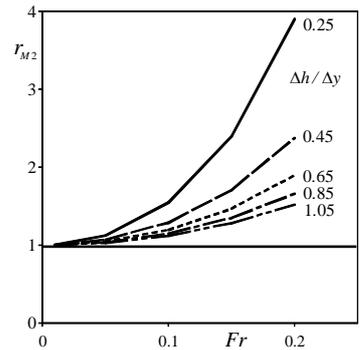


図-9  $r_{m2}$  とフルード数  $Fr$  との関係