

確率システム実現法による構造物の振動特性推定精度の評価

長崎大学大学院 学生会員 ○大岩根健吾
長崎大学工学部 正会員 奥松俊博

長崎大学工学部 フェロー 岡林隆敏
長崎大学工学部 学生会員 出口浩二

1. はじめに

構造物の健全度評価を振動特性(振動数・減衰定数)から評価するためには、微細な振動数変化を検出することができるシステムが必要となってくる。本研究では、AR モデル、および ERA 法を用いて構造物の振動数、および減衰定数を推定し、その精度を数値シミュレーションより検討した。

2. シミュレーション概要

対象構造物は 5 自由度系モデルとし、構造モデルを図 - 1 に示す。このモデルの諸元を表 - 1 に、1～5 次までの固有振動数を表 - 2 に示す。着目点は節点番号 1 としている。

構造モデルの各節点に外力が作用する場合の運動方程式は次式のように表すことができる。

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = f(t) \quad (1)$$

ここに、 M, C, K はそれぞれ質量マトリクス、減衰マトリクス、剛性マトリクスであり、 $f(t)$ は外力ベクトルである。また、本研究では節点番号 1～5 の水平方向に独立な白色雑音を与えた場合のシミュレーションを行った。図 - 2 に外力として与えた白色雑音を示す。着目点を節点番号 1 とした場合の速度応答を図 - 2 に、その自己相関関数を図 - 3 に示す。数値解析法には Newmark β 法を用いた。また、 β の値は、無条件安定である $\beta = 1/4$ を採用した。以上の結果を基に、振動特性推定を行う。

3. 振動特性推定法

1) AR モデル(Auto Regressive Model)

本研究では、構造物の速度応答に基づいて振動特性を推定するために、AR モデル、および ERA 法による構造同定手法を用いた。AR モデルに関しては、

$$y(k) + \sum_{s=1}^n a_s y(k-s) = e(k) \quad (2)$$

と表され、特性方程式と根の関係は、

$$Z^n - a_1 Z^{n-1} - a_2 Z^{n-2} - \dots - a_n = 0, \quad Z_k = X_{\text{Re}}^k \pm X_{\text{Im}}^k \quad (3)$$

となり、特性方程式の実数部分 X_{Re} と虚数部分 X_{Im} が求められる。

2) ERA 法(The Eigensystem Realization Algorithm)

次に、ERA 法に関して、速度応答の自己相関関数により算出した Hankel 行列は、マルコフパラメータより

$$H(k-1) = \begin{bmatrix} CA^{k-1}B & \dots & CA^{k+\beta-2}B \\ \vdots & & \vdots \\ CA^{k+\alpha-2} & \dots & CA^{k+\alpha+\beta-3} \end{bmatrix} = P_\alpha A^{k-1} Q_\beta \quad (4)$$

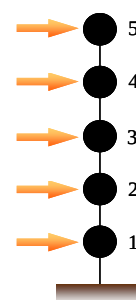


表 - 1 モデル諸元

重量(N)	10.29
減衰定数	0.02

表 - 2 固有振動数

次数	固有振動数 (Hz)
1次	1.22
2次	3.56
3次	5.61
4次	7.21
5次	8.23

図 - 1 5 自由度系

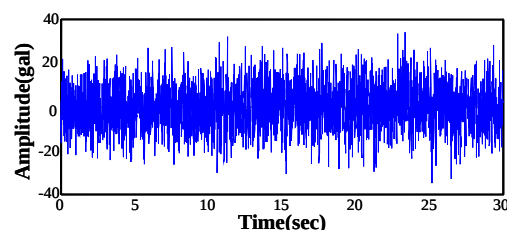


図 - 2 白色雑音

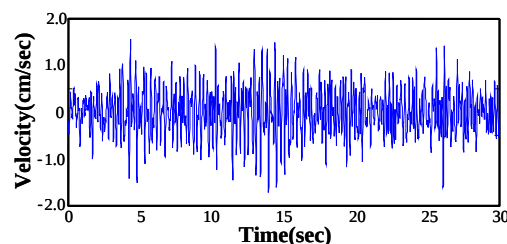


図 - 3 速度応答

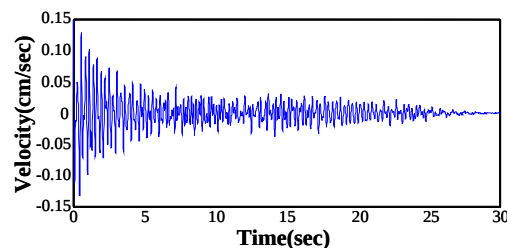


図 - 4 自己相関関数

と表される． P_α は可観測行列， Q_β は可制御行列である．(4)式において， $k=1$ の場合の Hankel 行列を特異値分解すると，

$$H(0) = P_\alpha Q_\beta = USV^T = US^{1/2} S^{1/2} V^T \quad (5)$$

となる．また，(4)式において， $k=2$ の場合について考えると，

$$H(1) = P_\alpha A Q_\beta \quad (6)$$

(6)式より，

$$A = US^{-1/2} H(1) S^{-1/2} V^T = P_\alpha^{-1} H(1) Q_\beta^{-1} \quad (7)$$

(7)式より， A の固有値から固有値の実数部分 X_{Re} と虚数部分 X_{Im} が求められる．

以上より，AR モデル，および ERA 法で求めた X_{Re} ， X_{Im} を用いて次式から固有円振動数 ω_k ，減衰定数 h_k が求められる．

$$h_k \omega_k = (-1/\Delta) \ln \sqrt{X_{Re}^2 + X_{Im}^2}, \omega_k \sqrt{1-h_k^2} = (1/\Delta) \tan^{-1}(X_{Im}/X_{Re}) \quad (8)$$

(Δ : サンプルング時間)

4. 解析結果

振動数，および減衰定数推定は，AR モデル，ERA 法共に，30 秒間の速度応答データを 1 回区分として合計 100 回行った．AR モデル，および ERA 法による合計 100 回の振動数推定軌跡をそれぞれ図 - 5，図 - 6 に示す．また，AR モデル，および ERA 法による合計 100 回の減衰定数推定軌跡をそれぞれ図 - 7，図 - 8 に示す．これらの結果より，各次数において振動数，および減衰定数を検出できていることが確認できる．

次に，AR モデルと ERA 法の振動特性推定における精度比較の結果を表 - 3 に示す．振動数に関しては，1～3 次において ERA 法が AR モデルよりも平均値が固有振動数に近い値で推定できている．また，両手法とも変動係数は 1% 前後と高精度に推定できている．減衰定数に関しては，1～3 次までにおいて，両手法とも同程度の精度で推定ができている．しかし，高次に関しては ERA 法よりも AR モデルの方が，変動係数が 25% 前後と精度良く推定できているが，平均値に関しては ERA 法の方が設定値に近い値を推定できていることが確認できる．

5. まとめ

本研究をまとめると，以下ようになる．

- 1) AR モデル，および ERA 法を用いて，5 自由度系モデルの振動特性推定を行い，その精度検証を行った．
- 2) 振動数は，両手法とも変動係数 1(%) 前後で推定することができた．
- 3) 減衰定数は，高次において ERA 法では変動係数が大きい，平均値は設定値に近い値を得ることができた．

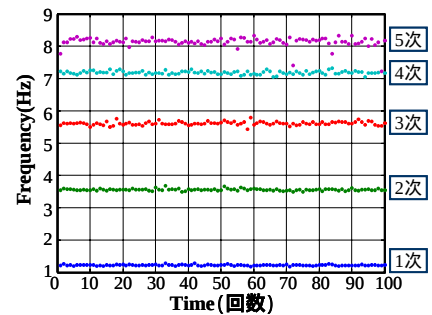


図 - 5 AR モデルによる振動数推定

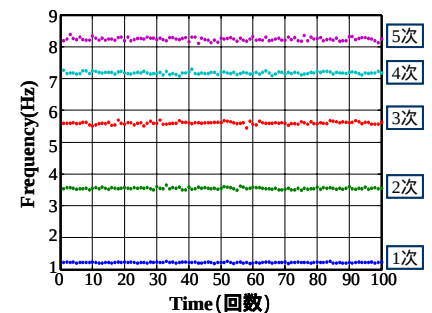


図 - 6 ERA 法による振動数推定

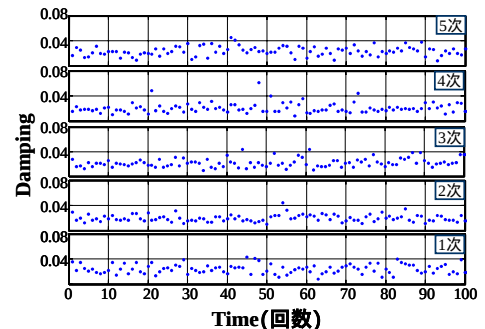


図 - 7 AR モデルによる減衰定数推定

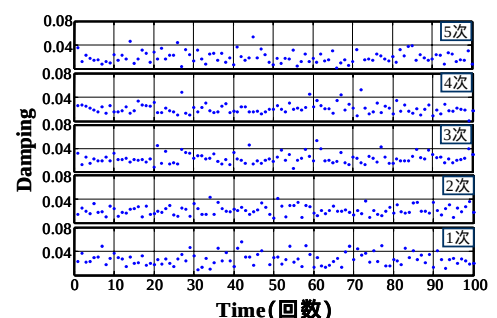


図 - 8 ERA 法による減衰定数推定

表 - 3 振動特性推定結果

		振動数			減衰定数		
		平均値(Hz)	標準偏差(Hz)	変動係数(%)	平均値	標準偏差	変動係数(%)
1次	ARモデル	1.219	0.01338	1.097	0.02203	0.009295	42.20
	ERA法	1.223	0.01772	1.449	0.02792	0.01260	45.13
2次	ARモデル	3.552	0.02874	0.8091	0.02101	0.006838	32.55
	ERA法	3.559	0.03151	0.8853	0.02139	0.007721	36.10
3次	ARモデル	5.603	0.04145	0.7398	0.02302	0.007463	32.42
	ERA法	5.612	0.05432	0.9678	0.02321	0.008692	37.44
4次	ARモデル	7.182	0.03524	0.4907	0.01869	0.004431	23.71
	ERA法	7.176	0.08997	1.254	0.02101	0.008462	40.27
5次	ARモデル	8.242	0.05072	0.6154	0.02532	0.006341	25.04
	ERA法	8.136	0.1501	1.844	0.01916	0.01079	56.30

[参考文献]1) 中宮，岡林，奥松：土木学会第 57 回学術講演会概要 -834, 2002. 10