

ケーブル要素と弦要素を用いた斜張橋の応答の比較

長崎大学工学部 学生会員 ○木村 剛 長崎大学工学部 正会員 呉 慶雄
長崎大学工学部 フェロー 高橋和雄 長崎大学工学部 正会員 中村聖三

1. まえがき

斜張橋全体のケーブルの局部振動を含めた応答を評価する際には一般的に汎用ソフトにおいてケーブル要素を弦要素（幾何学非線形を考慮したトラス要素）として解析を行っている。しかし、ケーブルの支点変位、係数励振振動、サグの影響などを評価した厳密な解析を行えない。そこで本研究では、ケーブルの応答評価を行える有限要素法プログラムを使用し、このケーブル要素と弦要素を用いて、支持ケーブルを分割する斜張橋モデルへの応用の場合に、鉛直正弦波加振およびねじれ正弦波加振により両者で得られる応答の違いを評価する。対象橋梁としては長崎県の大島大橋を用いる。

2. ケーブル要素と弦要素の剛性マトリクス

2-1 ケーブル要素のマトリクス

文献¹⁾を参考にケーブル要素の剛性マトリクス $[K]^e_{\text{Cable}}$ を以下に示す。

$$[K]^e_{\text{Cable}} = \frac{E_c A_c}{L_0 (L_0 + e)^2} \begin{bmatrix} (L_0 + u)^2 & (L_0 + u)v & (L_0 + u)w & -(L_0 + u)^2 & -(L_0 + u)v & -(L_0 + u)w \\ & v^2 & vw & -(L_0 + u)v & -v^2 & -vw \\ & & w^2 & -(L_0 + u)w & -vw & -w^2 \\ & \text{sym.} & & (L_0 + u)^2 & (L_0 + u)v & (L_0 + u)w \\ & & & & v^2 & vw \\ & & & & & w^2 \end{bmatrix} + \frac{P}{(L_0 + e)^3} \begin{bmatrix} v^2 + w^2 & -(L_0 + u)v & -(L_0 + u)w & -v^2 - w^2 & (L_0 + u)v & (L_0 + u)w \\ & (L_0 + u)^2 + w^2 & -vw & (L_0 + u)v & -(L_0 + u)^2 - w^2 & vw \\ & & (L_0 + u)^2 + v^2 & (L_0 + u)w & vw & -(L_0 + u)^2 - v^2 \\ & \text{sym.} & & v^2 + w^2 & -(L_0 + u)v & -(L_0 + u)w \\ & & & & (L_0 + u)^2 + w^2 & -vw \\ & & & & & (L_0 + u)^2 + v^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 X_i, Y_i, Z_i : 局部座標系。u, v, w: X_i, Y_i, Z_i 方向の相対変位。L₀: 要素の初期長さ。P₀: 初期軸力。P = P₀ + (E_cA_c/L₀)e: 変形後軸力。E_c: ヤング係数。A_c: 断面積。e = { (L₀ + u)² + v² + w² }^{1/2} - L₀: 要素伸び。

2-2 弦要素のマトリクス

文献²⁾を参考に弦要素の剛性マトリクス $[K]^e_{\text{Chord}}$ を以下に示す。

$$[K]^e_{\text{Chord}} = \frac{E_c A_c}{L_0} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} + \frac{P_0}{L_0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに、P₀: 初期軸力。また、この弦要素の剛性マトリクス $[K]^e_{\text{Chord}}$ は、(1) 式の剛性マトリクス $[K]^e_{\text{Cable}}$ において u = v = w = 0, P₀ = P, とおくことによっても求められる。

3. 解析対象と解析モデル

解析対象の大島大橋は、3 径間連続鋼斜張橋で中央径間 350m、側径間 160m、幅員 9.75m の斜張橋である。また、解析においてケーブルは 8 分割したモデルを用いる。図-1 に解析モデルを示す。大島大橋全体モデルにおいて節点数は 901、部材数 3550。減衰は部材ごと考慮したレーリー減衰とし、主桁および主塔の減衰定数は 0.02、ケーブルの減衰定数は 0.001 を用いる。

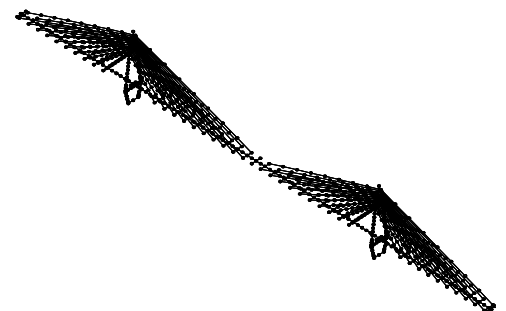


図-1 ケーブルを分割した解析モデル

4. 斜張橋の応答特性

起振機実験を想定して斜張橋を正弦波加振する場合の応答を求める。表-1に斜長橋の全体振動の鉛直対称1次振動とねじれ対称1次振動の固有振動数および振動モードを示す。鉛直正弦波加振は鉛直対称1次振動数と同一の加振振動数および加振力の振幅50kNで行う。ねじれ正弦波加振はねじれ対称1次振動数と同一の加振振動数および加振力500kN・mで行う。

4-1 鉛直正弦波加振による応答

図-2に鉛直正弦波加振の応答を示す。図-2(a)にはケーブルの鉛直方向最大振幅、図-2(b)には主桁の鉛直方向最大変位を示す。図-2(a)よりケーブル要素による解析においてはC1、C2、C19およびC20において振幅が卓越している。これはケーブルC1、C2、C19およびC20の固有振動数が鉛直対称1次振動数(0.297Hz)と1:2の関係で分数調波共振が発生するためである。しかし、弦要素による解析では卓越した振幅が見られない。これは、弦要素による解析では分数調波共振を考慮できないためである。また、図-2(b)より主桁の変位は、弦要素の結果が最大で約56%大きくなる。

4-2 ねじれ正弦波加振による応答

図-3にねじれ正弦波加振の応答を示す。図-3(a)にはケーブルの鉛直方向最大振幅、図-3(b)には主桁の鉛直方向最大変位を示す。図-3(a)よりケーブル要素による解析ではC1、C2、C19およびC20の振幅が卓越している。これは、C1、C2、C19およびC20の固有振動数とねじれ対称1次固有振動数(1.137Hz)が1:2となり主不安定領域における係数励振振動が発生しているためである。しかし、弦要素では卓越した振幅が見られない。これは、弦要素による解析では係数励振振動を考慮できないためである。また、C12およびC13においては、ケーブルの固有振動数とねじれ対称1次固有振動数(1.137Hz)が1:1となり副不安定領域における係数励振振動が発生し、ケーブル要素では卓越した振幅が見られる。弦要素でも卓越した振幅がみられ、ケーブル要素に比べ振幅が大きくなっている。これは、弦要素では強制振動により卓越した振幅が発生しているためである。主桁の応答に関しては、図-3(b)よりケーブル要素で見られた鉛直方向変位が、弦要素では主桁の鉛直方向応答は発生していない。

5. まとめ

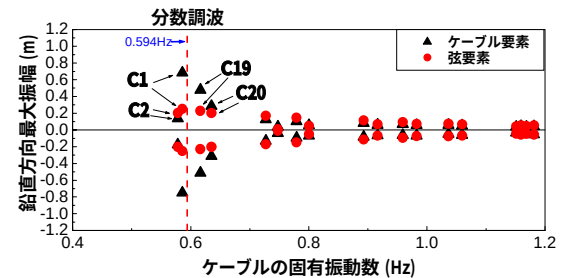
弦要素による解析ではケーブル特有の分数調波共振および係数励振振動を考慮できない。その結果、主桁の応答に差が見られる。よって、斜張橋において動的応答を行う際には本研究で用いた有限要素法プログラムを用いた解析が必要である。

参考文献 1) 高橋和雄、大淵隆司、呉慶雄、中村聖三：有限要素法によるケーブルの振動解析、長崎大学工学部研究報告、第33巻、第61号、pp.103-108、2003.7。

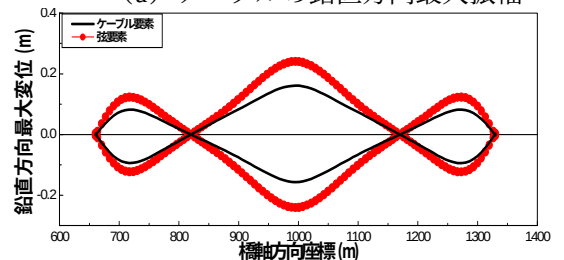
2) (株) アーク情報システム：TDAPIII機能説明書、2003.9。

表-1 固有振動数および振動モード

No	振動数 (Hz)	振動モード図
鉛直1次	0.297	
ねじれ1次	1.137	



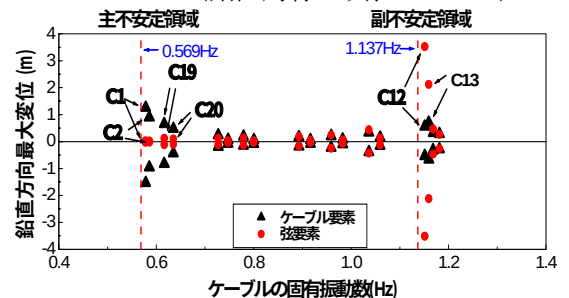
(a) ケーブルの鉛直方向最大振幅



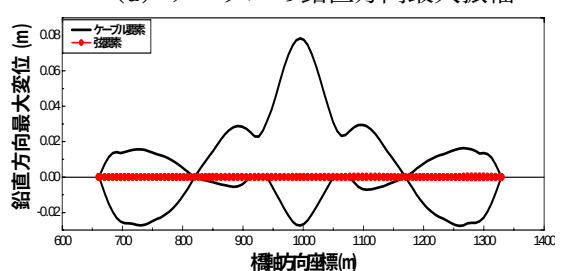
(b) 主桁の鉛直方向最大振幅

図-2 鉛直正弦波加振による応答

(鉛直対称1次、0.297Hz)



(a) ケーブルの鉛直方向最大振幅



(b) 主桁の鉛直方向最大振幅

図-3 ねじれ正弦波加振による応答

(ねじれ対称1次、1.137Hz)