

逆対称アングルプライ積層板の自由振動に関する研究

長崎大学 工学部 学生会員 ○金山綾子
 長崎大学 工学部 正会員 森田千尋, 松田浩, 崎山毅
 長崎大学 工学部 非会員 白濱敏行

1 研究目的

繊維強化プラスチック (FRP) とは, 繊維と樹脂を用いプラスチックを補強したものである. FRP は耐候性・耐熱性・耐薬品性に優れ, 軽量かつ高強度であり, デザインの自由度が利くという点から, 鉄やコンクリートにかわる一次土木材としても注目されている. しかし構造物の大型化に伴い, 柔軟さゆえに励振され易く減衰特性が悪いという弱点も合わせもつ.

積層板はこの FRP を積層状にしたものである. 積層板にすることにより内部の形状諸元の設計が可能となり, 積層数・積層順序などの組合せにより幅広い性能が得られる.

本研究では炭素繊維強化プラスチック (CFRP) において, 配向角をパラメータとして, その自由振動特性を解析および実験で明らかにすることを目的としている.

2 解析方法

本研究では自由振動問題をグリーン関数を用いて固有値解析を行なう¹⁾. 積層板の曲げに関する運動方程式は, 次式のようになる.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

(1) 式において, 積層板に単位集中荷重が作用した場合の積層板全体のたわみを基本解 (グリーン関数) とし, その時のせん断力を $\overline{Q}_x, \overline{Q}_y$ とすると, その基本解に対する基礎微分方程式は次式のようになる.

$$\frac{\partial \overline{Q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \overline{Q}_y}{\partial y} = -P\delta(x - x_0)\delta(y - y_0) \quad (2)$$

次に (2) 式を横縦方向に m, n 等分し, その等分割線の交点の集合とみなし, 領域 (i, j) において面積分を行うと積分方程式を得る. これを離散表示すると, 断面力及び変形の主要点における値 X_{pij} に関する連立方程式が得られる.

$$X_{pij} = \sum_{d=0}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{pijfd} X_{rf0} + \sum_{g=0}^j b_{pijgd} X_{s0g} \right) + q_{pij} \quad (3)$$

(3) 式に境界条件を代入することにより, 基本解 $\overline{w}$ を算出する.

次に (1) 式の強度荷重として単位体積当たりの慣性力をとれば, 積層板の自由振動に関する運動方程式が導かれ次式のようになる.

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} = -\rho h \omega^2 w \quad (4)$$

(4) 式に基本解であるたわみ $\overline{w}$ を乗じ全領域において面積分を行い, さらに境界条件により既知量を与えることで導かれる境界積分方程式に無次元量を導入し, 近似解法を応用する. 積層板を縦横に m, n 等分し, それぞれに番号をつけ, 積分方程式に等間隔の数値積分を適用すると次式が求まる.

$$\overline{w}(\eta_0, \zeta_0) = \mu \lambda^4 \sum_{\eta=0}^m \sum_{\zeta=0}^n \beta_{m\eta} \beta_{n\zeta} \overline{h}(\eta, \zeta) \tilde{w}(\eta, \zeta) G(\eta_0, \zeta_0, \eta, \zeta) \quad (5)$$

$\beta_{m\eta}, \beta_{n\zeta}$: 数値積分による重み係数

(5) 式をマトリクス表示し, 固有値はその行列式を 0 にする $1/\lambda^4$ を求めることにより求まる.

ここに一辺固定三辺自由の支持条件をもつ積層板の積分定数と境界条件を図 1 に示す.

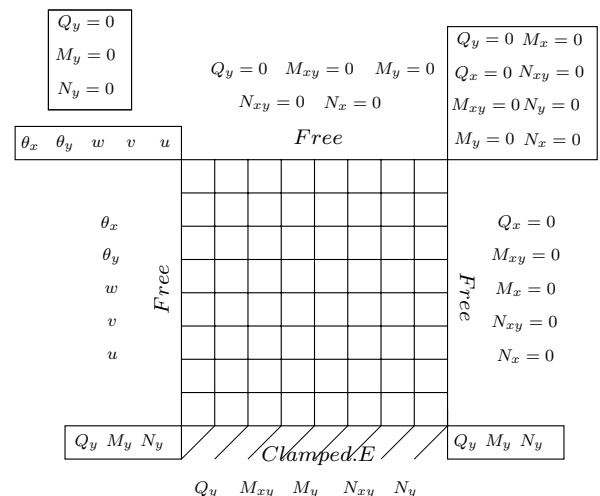


図 1: 積分定数と境界条件

□で囲まれた積分定数と境界条件は, 隅角点におけるものである. 隅角点における積分定数および境界条

件は，その隅角点において交差する二境界边上での諸量間の関係を考慮して定められる．

3 実験方法および試験片

3.1 実験方法

実験は防振台上において試験片の固定部を軟鋼性のボルトで固定し，後方からスピーカーによって音圧を与えて加振する．試験片に貼付した圧電素子出力の極大点の加振周波数を測定し，試験片の共振周波数とする．

共振時の振動モードは，レーザーホログラフィー²⁾ (He-Ne レーザー) を用いた時間平均法によって測定する．

3.2 試験片

今回の実験で用いた試験片は，長さ ($a = b$) 90mm，厚さ 1.0mm の CFRP 逆対称アングルプライ積層板 $[+30^\circ / -30^\circ / +30^\circ / -30^\circ]$ ， $[+45^\circ / -45^\circ / +45^\circ / -45^\circ]$ ，および $[+60^\circ / -60^\circ / +60^\circ / -60^\circ]$ の 3 種類で，諸量は表 1 の通りである．

表 1: 試験片諸量

	E_L (GPa)	E_T (GPa)	G_{LT} (GPa)	ν_{LT}	ρ (kN/m^3)
CFRP	149	9.2	4.8	0.3	16

4 解析結果および実験結果

CFRP 逆対称アングルプライ積層板を対象として実験を行ない，本解析と比較した． $[+30^\circ / -30^\circ / +30^\circ / -30^\circ]$ ， $[+45^\circ / -45^\circ / +45^\circ / -45^\circ]$ ，および $[+60^\circ / -60^\circ / +60^\circ / -60^\circ]$ の場合の振動数を表 2～4，振動モードを図 2～4 にそれぞれ示す．

表 2: 30° における振動数 (Hz)

分割数	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次
8	61.15	282.8	389.5	941.1	1005	1334
10	61.11	281.3	381.4	923.2	979.7	1260
収束値 8-10	61.03	282.1	367.2	891.4	935.4	1128
実験値	65.30	289.3	389.0	885.0	983.0	1163

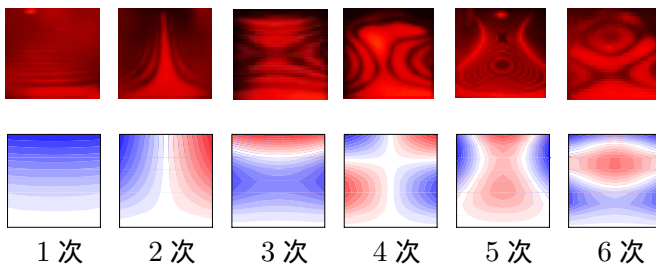


図 2: 30° における振動モード
(上図: 実験結果，下図: 解析結果)

表 3: 45° における振動数 (Hz)

分割数	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次
8	91.62	344.5	555.9	917.0	1128	1916
10	89.28	332.3	536.4	899.5	1099	1815
収束値 8-10	85.12	310.6	501.8	868.5	1048	1636
実験値	90.70	332.6	523.0	889.0	1056	1542

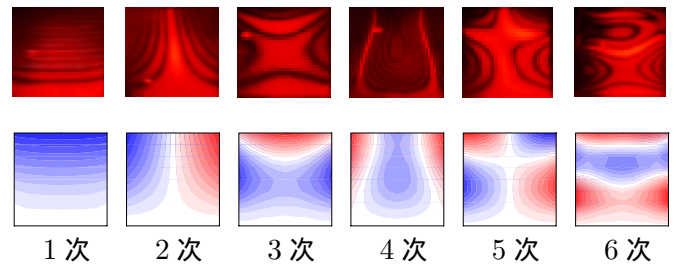


図 3: 45° における振動モード

表 4: 60° における振動数 (Hz)

分割数	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次
8	132.8	325.2	681.6	913.8	1189	1622
10	132.7	323.4	672.6	893.0	1162	1537
収束値 8-10	132.5	320.2	656.7	856.0	1115	1384
実験値	127.5	322.5	655.0	836.2	1085	1490

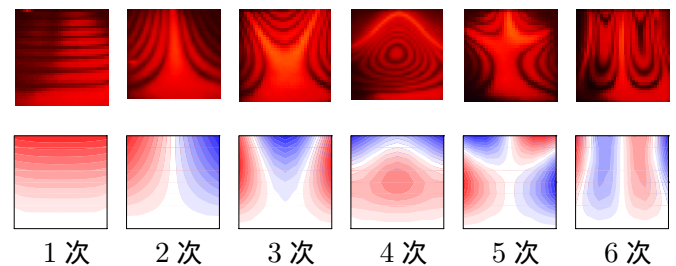


図 4: 60° における振動モード

5 考察

逆対称アングルプライ積層板の振動数を本解析値と実験値で比較すると，誤差が 10 % 以内という妥当な結果が得られ，本解析法の有効性を確認できた．振動モードにおいても，解析値と実験値でほぼ同様のモードを得ることができた．また逆対称にすると，配向角によらず左右対称な振動モードを確認することができた．

このように配向角・積層順序の組合せ方により，各環境に適した性質を持つ材料を作り出せるという一例を示すことができた．

今後は，曲率等を有する積層曲面板の自由振動特性を明らかにするとともに，本実験装置を用いて，欠陥検出等に応用したいと考えている．

[参考文献]

- 1) 森田千尋他：クロスプライ積層偏平シェルの自由振動問題に関する一解析法，構造工学論文集，Vol.44A，pp.11-20，1998
- 2) 久保田敏弘：ホログラフィ入門，朝倉書店，1995