

濃度境界層の発達が水・底泥間の溶質フラックスに及ぼす影響について

大分高専 学生会員 疋田拓郎
大分高専 正会員 東野 誠

1. はじめに

水・底泥間での溶存酸素や栄養塩等の移動過程に関しては、従来、水・底泥境界面直上の濃度境界層が十分に発達した状態、すなわち、等流を対象として溶質移動フラックスの推定等が試みられてきた。本研究では、濃度境界層の発達が水・底泥間での溶質移動に及ぼす影響について検討を行い、有限長さの底泥床に対する水・底泥境界面での溶質移動フラックス推定のためのモデルを構築した。また、物質移動と熱移動の類似性に着目して、モデルによる熱移動の実験結果の再現を試みた。

2. モデル

図-1 のように発達した乱流場に底泥を設置すれば、水・底泥境界面直上の溶存酸素や栄養塩等の溶質濃度が急激に変化する層(濃度境界層)が流れの方向に発達し、これに伴い、溶質濃度分布や水・底泥間での溶質移動フラックスも流下方向に変化する。いま、図-1 のように底泥床上流端を原点として流れ方向に x 軸、鉛直上向きに y 軸を取れば、 $x=0$ より下流における界面直上での溶質濃度 C の収支は次式で表される。

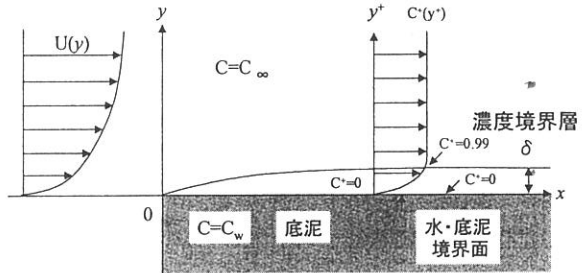


図-1 濃度境界層の発達と水・底泥間での物質移動

$$U \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ (D + D_t) \frac{\partial C}{\partial y} \right\} \quad (1)$$

ここに、 U は流れ方向の平均流速、 D と D_t はそれぞれ溶質の分子拡散係数、および乱流拡散係数である。なお、ここでは物理的な物質の移動のみを対象とし、化学的な物質変換や微生物の代謝等は考慮していない。

上式(1)は摩擦速度 $U_* (= \sqrt{\tau_0 / \rho})$ と動粘性係数 ν を用いて次のように無次元化される。

$$U^+ \frac{\partial C^+}{\partial x^+} = \frac{\partial}{\partial y^+} \left\{ \left(\frac{1}{Sc} + \nu_t^+ \right) \frac{\partial C^+}{\partial y^+} \right\} \quad (2)$$

上式において、 $Sc (= \nu / D)$ はシュミット数であり、また、以下のような無次元量が用いられている。

$$C^+ = \frac{C - C_w}{C_\infty - C_w}, \quad \nu_t^+ = \frac{\nu_t}{\nu}, \quad U^+ = \frac{U}{U_*}, \quad x^+ = \frac{U_* x}{\nu}, \quad y^+ = \frac{U_* y}{\nu} \quad (3)$$

ここに、 C_w は界面での溶質濃度であり、本モデル中では一定値として取り扱っている。 C_∞ は主流中の溶質濃度、 τ_0 は底面せん断応力、 ρ は流体(水)の密度である、 ν_t は渦動粘性係数であり、式(1)中の乱流拡散係数と等価であると仮定されている($\nu_t = D_t$)。

上式(2)を解けば、 $x=0$ より下流の水・底泥境界面近傍での溶質濃度分布と界面での溶質移動フラックスが得られる。溶質の移動現象では、溶質濃度が変化するのは界面直上のごく薄い領域であり、解析に際しては、乱れの界面への漸近挙動を精確に表現することが重要である。これに関して、次の推定式が式(2)中の渦動粘性係数 $\nu_t^+ (= \nu_t / \nu)$ の良い推定値を与えることが知られている。

$$\nu_t^+ = (ny^+)^3 \quad \text{for } y^+ \leq 10, \quad \nu_t^+ = \frac{\kappa y^+ - 2 + \sqrt{(\kappa y^+ - 2)^2 - 4}}{2} \quad \text{for } y^+ > 10 \quad (4)$$

ここに、 $n(=0.1)$ は定数、 $\kappa(=0.4)$ はカルマン定数である。また、式(2)中の無次元流速分布 ($U^+(y^+)$) は次式で与えられる。

$$U^+ = \int_0^{y^+} \frac{dy^+}{1 + \nu_t^+} \quad (5)$$

境界条件は、

$$C^+ = 0 \quad (C = C_w) \quad \text{at } y^+ = 0, \quad C^+ = 1 \quad (C = C_\infty) \quad \text{at } y^+ = 300 \quad (6)$$

3. 界面での物質移動フラックス

上述(2.)のモデルより水・底泥境界面直上の溶質濃度分布 ($C^+(y^+)$) が得られ、これより界面での溶質のフラックス $J(= -D \cdot dC / dy|_{y=0})$ が求まる。これを、界面と主流との濃度差 ($C_w - C_\infty$)、溶質の分子拡散係数 D 、

および長さスケール $l(=v/U_*)$ を用いて無次元化すれば、シャーウッド数 Sh は次式で表わされる。

$$Sh = \frac{J}{C_w - C_\infty} \cdot \frac{l}{D} \quad (7)$$

底泥床上流端 ($x=0$) より濃度境界層は流れの方向に発達し(図-1)、これに伴い、シャーウッド数 Sh も x^+ とともに変化する。図-2 より、いずれの Sc 数に対しても Sh 数は x^+ 近傍において最大となり、 x^+ とともに減少して、 x^+ が十分に大きくなれば一定値、すなわち、等流状態での Sh 数に漸近するのが確認できる。

4. 濃度境界層の発達が水・底泥間での溶質移動量に及ぼす影響

上述(2.)のように、有限長の底泥床では、界面での溶質のフラックスは濃度境界層の発達に伴い、流れの方向に変化する。いま、任意の長さの底泥床部に対して、式(8)で定義されるフラックスの平均値を考える。

$$Sh_{ave} = \frac{1}{x^+} \int_0^{x^+} Sh(\xi^+) d\xi^+ \quad (8)$$

図-3 は、 x^+ による平均シャーウッド数 Sh_{ave} の変化を異なる Sc 数に対して示したものである。図-2 と同様、 x^+ とともに Sh_{ave} は一定値、すなわち、等流状態での Sh 数に漸近してゆく様子が見取れる。これは、 x^+ が十分に大きくなれば、 Sh_{ave} に及ぼす濃度境界層の発達に伴う局所的な Sh 数の影響は問題にならなくなることを示している。また、 Sh_{ave} が一定となるのに要する底泥床の長さは、 Sc 数の増大とともに小さくなる。

5. 実験値との比較

次に、本モデルによる実験値の再現を試みる。基礎式(2)中のシャーウッド数 Sh をヌセルト数 Nu 、シュミット数 Sc をプラントル数 $Pr(=v/\alpha)$ 、 α :温度伝達率)に置き換えれば、本モデルは熱移動に対しても適用可能となる。熱移動の実験は長さ 700cm、幅 20cm、側壁高さ 20cm のアクリル樹脂製の水路で行った。この水路の上流端から約 5m の位置に長さ 100cm、幅 20cm のラバー・ヒーターを装着した。このラバー・ヒーターの上流端 ($x=0$) および、下流端 ($x=100$) に熱伝対を設置して水温、水深、流速等の測定を行った。その測定結果を基に、次式により熱フラックス q を算出した。

$$q = \frac{b}{A} \left\{ \int_0^h T(y)u(y)dy - hT_m U_m \right\} \rho C_p + H \quad (9)$$

ここに、 b は水路幅(=0.2m)、 A はラバーヒーターの断面積(0.2m²)、 h は水深、 T_m は $x=0$ 断面の平均温度、 U_m は断面の平均流速、 ρ と C_p は水の密度と定圧比熱(=1.0kcal/kg・°C)である。また、 H は水表面から空気中へのフラックスである。

図-4 は次式で定義されるヌセルト数 Nu (無次元熱フラックス)の実験値をモデルによる推定値と比較したものである。

$$Nu = \frac{q}{T_w - T_\infty} \cdot \frac{l}{\lambda} \quad (10)$$

ここに、 q は上式(9)より得られる熱フラックス、 T_w は壁面の温度、 T_∞ は主流の温度、 λ は熱伝導率、 $l(=v/U_*)$ は長さスケールである。上式より、ヌセルト数 Nu は式(7)で定義されるシャーウッド数 Sh と等価であることは明らかであり、式(10)中の熱フラックス、熱伝導率、界面と主流との濃度差を溶質フラックス、溶質の分子拡散係数、界面と主流との溶質濃度差に置き換えれば、式(10)は Sh 数を表わす式になる。図-4 より実験値は推定値よりもやや大きくなる傾向が見られるが、いずれも推定曲線周辺に分布しており、本モデルは実験結果を良好に再現しているといえよう。

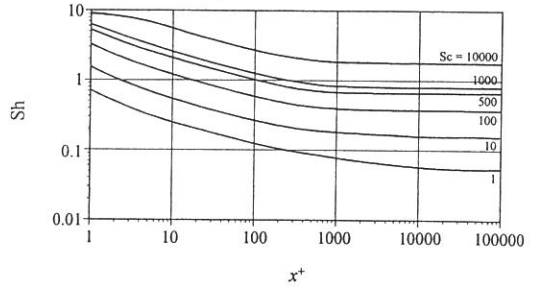


図-2 $Sh-x^+$ 関係

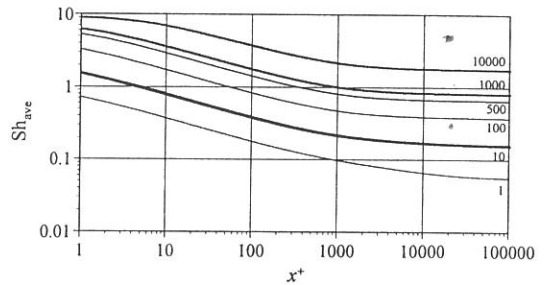


図-3 $Sh_{ave} \sim x^+$ 関係

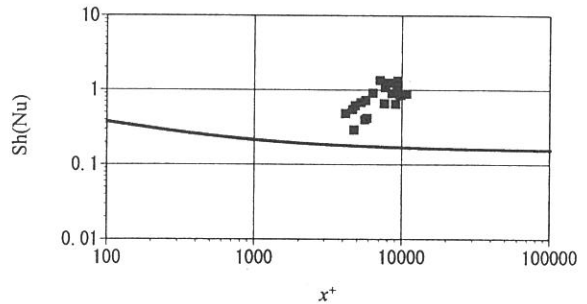


図-4 熱移動の実験値と推定値の比較