

粒子サーマルの遷移水深について

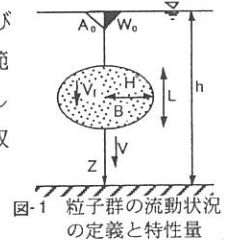
九州工業大学工学部 学生員 ○飯田 英明 正会員 秋山 壽一郎、浦 勝
九州工業大学大学院 学生員 齋賀 仁

1. はじめに

落下粒子群の底面に沿う濁りの拡がりには、底面衝突時の粒子群の落下形態が深くかかわっており、その形態は投下条件と水域水深との関係で捉える必要がある。本研究は、底面に沿う濁りの拡がりを規定する落下粒子群のthermal phaseからswarm phaseへの遷移水深 z_T について検討を加えたものである。

2. 実験

長さ7.5m、深さ1.0m、幅0.1/0.2mの両面アクリル製の水槽に貯留された静水中に比重 $\sigma=2.45$ ではぼ一様な粒径のガラスビーズを単位奥行き当たりの初期総有効重力 $2W_0(=sgA_0)$ で直投し、2次元落下粒子群を発生させた。ここに、 A_0 =空隙を除いた粒子塊の単位奥行き当たりの初期体積、 s =粒子の水中比重および g =重力加速度である。投下条件は、 $d=0.0044\sim 0.1263$ cm、 $W_0=2,900\sim 15,000$ cm³/s²の範囲で変化させた。一様粒径粒子を直投したUシリーズと混合粒子のMシリーズとを実施した。計測・解析方法としては、粒子群の落下状況をCCDカメラで撮影し、高性能VTRに収録された画像をコンピュータ解析することで、落下粒子群の速度 V および形状を求めた。



3. 粒子サーマル理論

thermal phaseにおける落下粒子群の主要な流動特性量(図-1)は、以下に概略を示すブシネスク乱流サーマル理論の近似解で十分に記述できる¹⁾。投下条件(A_0 , W_0)で無次元化した乱流サーマルの無次元最大拡がり半幅 H^* 、無次元平均有効重力 B^* および無次元落下速度 V^* を各々 $H^*=H/z_0$ 、 $B^*=B/B_0$ および $V^*=V/V_0$ のように定義すると、式(1)~(3)のような関係が成立する。ここに、 $B_0=W_0/A_0$ 、 V_0 =サーマルの代表速度($=\epsilon_0 g W_0$)^{1/4}、 z^* =無次元落下距離($=z/z_0$)、 $z_0=A_0^{1/2}$ 、 $W_0(=\epsilon_0 g A_0)$ 、 ϵ_0 =サーマルの初期相対密度差($=(\rho_0 - \rho_w)/\rho_w$)、 ρ_0 =サーマルの初期密度および ρ_w =周囲流体の密度である。保存性乱流サーマルでは係数 K_S の関数形は式(4)~(6)で与えられる。ここに、 F =断面アスペクト比($=H/L$)、 A_m =付加質量係数($=2F$)、 C_d =抵抗係数、 S_1 =サーマルの断面面積比、 S_2 =幾何学的平均長さとの比、 E_d =連行係数($=q_c/CV$)、 C =周囲長および q_c =単位時間あたりの連行量である。

$$H^* = K_{1S} z^* \quad (1); \quad B^* = K_{2S} z^{*-2} \quad (2); \quad V^* = K_{3S} z^{*-1/2} \quad (3); \quad K_{1S} = \frac{(S_1/S_2)\sqrt{F} E_d}{2} \quad (4)$$

$$K_{2S} = \frac{(F/S_1)}{\{(S_1/S_2)\sqrt{F} E_d/2\}^2} \quad (5); \quad K_{3S} = \frac{1/\{(3/4)(1+A_m)S_2[E_d/\sqrt{F}] + C_d\}}{\{(S_1/S_2)\sqrt{F} E_d/2\}^{1/2}} \quad (6)$$

$$\frac{V}{V_f} = \frac{(W_0^2/A_0)^{1/4}}{V_f} K_{3P} z^{*-1/2} \quad (7); \quad V_f = (sgd)^{1/2} \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3} \right)^{1/2} - \left(\frac{36v^2}{sgd^3} \right)^{1/2} \right] \quad (8)$$

$$z_{TS}^* = \left(\frac{1}{18} \right)^{-2/3} \alpha^{-2} K_{3P}^2 \phi R_P^{-4/3} \quad \text{for } R_P \leq 12.0 \quad (9); \quad z_{TL}^* = \left(\frac{2}{3} \right)^{-2/3} \alpha^{-2} K_{3P}^2 \phi R_P^{-2/3} \quad \text{for } R_P > 12.0 \quad (10)$$

粒子サーマルでは、上記の定義で $\epsilon = cs$ および $cA=A_0$ のように置くことができる。thermal phaseでの落下粒子群の挙動は、図-2に示すように混合粒子も含めて、 $H^* \propto z^*$ 、 $B^* \propto z^{*-2}$ および $V^* \propto z^{*-1/2}$ なる関係に従い、様々な投下条件に対して乱流サーマル理論がよく成立することが確認できる。しかし、係数 K_i は保存性サーマルとは異なる¹⁾。そこで、落下粒子群に対する係数を K_{iP} とし、 K_{iP} と粒子Reynolds数 $R_p(=dV_i/\nu)$ との関係を調べたものが図-3である。これより混合粒子も含めて、 K_{1P} と K_{3P} は $R_{pT} \leq 12.0$ 、 $R_p=0.06\sim 6.0$ の広い範囲で $K_{1P} \approx 0.55$ 、 $K_{3P} \approx 0.90$ の一定値を取ることがわかる。

4. thermal phaseからswarm phaseへの遷移条件

thermal phaseでの粒子群の落下速度は、 $V/V_0=K_{3P}z^{*-1/2}$ なる関係に従い、個々の粒子の沈降速度 V_i を用いて

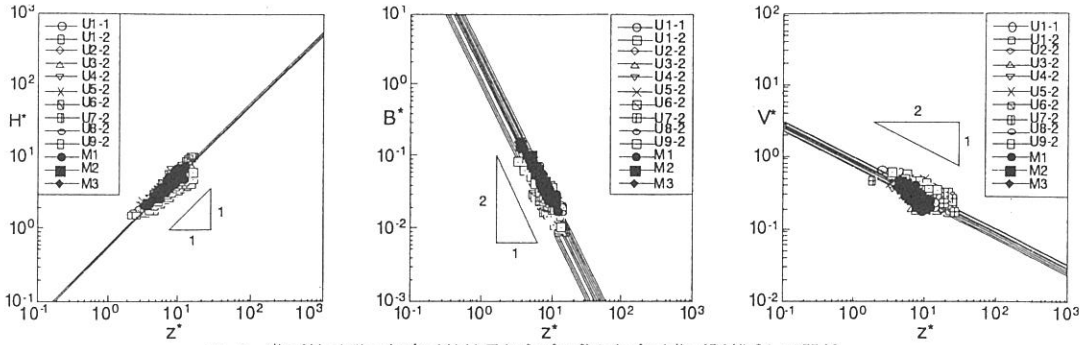


図-2 落下粒子群の無次元特性量(H^* , B^* , V^*)と無次元落下距離 z^* との関係

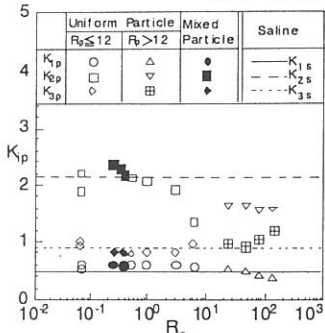


図-3 サーマル理論 K_p の係数値と粒子 Reynolds数 R_p との関係

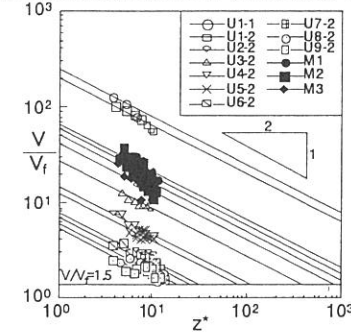


図-4 無次元落下速度 V/V_f と無次元落下距離 z^* との関係

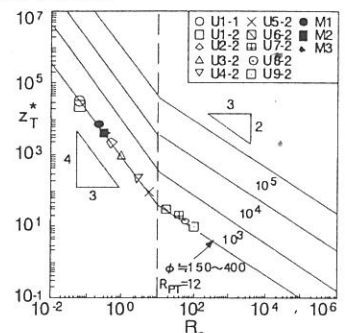


図-5 無次元遷移水深 z^*_T と粒子 Reynolds数 R_p との関係

書き換えると、式(7)が得られる。 V_f は例えば式(8)のRubeyの式で与えられる。図-4は、 V/V_f と z^* との関係を示したものである。これより、一般にthermal phaseにおける粒子群の落下速度は個々の粒子の沈降速度よりも大きいことがわかる。 R_p が小さい領域を対象とすると、式(8)は $sgd^3/\nu^2 \rightarrow 0$ として、 $V_f \approx sgd^2/18\nu$ で近似できるので、 R_p と V_f との関係が $R_p \approx (18/sg\nu)^{1/2} V_f^{3/2}$ のように得られる。さらに、この関係と式(7)を用い、thermal phaseからswarm phaseへの移行が流速比 $V/V_f = \alpha$ となる $z^* = z^*_T$ で起こるとすると、 R_p が小さい領域に関する遷移水深 z^*_T が式(9)のように得られる。 α の値については普遍的な見解は得られていないが、Noh & Fernando²⁾とLuketina & Wilkinson³⁾などの実験結果を参照すると、 $\alpha = 1.0 \sim 2.0$ の範囲で遷移するようである。ここでは $\alpha = 1.5$ を用いることとする。同様に、 R_p が大きい領域を対象とすると式(8)は $sgd^3/\nu^2 \rightarrow \infty$ として $V_f \approx (2sgd/3)^{1/2}$ となる。 R_p が大きいときの K_{sp} が R_p が小さいときと同様な値を取ると仮定すると、 R_p が大きい領域に関する z^*_T が式(10)のように得られる。なお、この仮定は図-3から明らかなように、本実験条件の範囲では検証されている。式(9)と式(10)を等値することで、 z^*_{TS} と z^*_{TL} との境界粒子Reynolds数 R_{pT} が $R_{pT} = 12$ のように得られる。ここで、 ϕ は投下条件に基づく無次元パラメータであり、 $\phi = (sg\nu)^{-2/3} (W_0^2/A_0)^{1/2}$ で定義される。

thermal phaseからswarm phaseへの移行が $V/V_f = 1.5$ となる z^* の値である z^*_T で起こるとして、各投下条件での z^*_T を図-4より求め、 z^*_T と R_p との関係を調べたものが図-5である。図中に示された実線は、式(9)と式(10)に本研究の実験範囲の ϕ 値の平均値あるいは仮想的な ϕ 値を代入して得られる z^*_T の推定曲線である。

5. 結論

本研究よりthermal phaseからswarm phaseへの無次元遷移水深は z^*_T は、粒子Reynolds数 R_p が12以下では式(9)、それ以上では式(10)で与えられ、室内実験が不可能な状況、すなわち水深が大きな水域に大きな粒径粒子を多量に投下した時の遷移水深を推定することができる。

参考文献：1) 秋山壽一郎ら：水工学論文集，第45巻，pp.1261-1266,2001.、2) Noh, Y. & Fernando, H.J.S.: *Physics of Fluids*, A5(12), pp.3049-3055,1993.、3) Luketina, D. & wilkinson, D: *13th Australian Fluid Mech. Conference*, pp.195-198,1998.