

レール振動特性の計算方法に関する研究

九州大学大学院 工 学 府 ○学生会員 北川 聖子
 名 古 屋 市 役 所 正会員 山口 泰
 九州大学大学院 工学研究院 正会員 佐々木 定
 九州大学大学院 工学研究院 正会員 角 知憲

1. はじめに

鉄道は、今から百年以上前に日本に導入され、それ以降日本の産業、経済発展のために不可欠な存在として全国にそのネットワークを広げてきた。しかし、列車の走行速度高速化、高頻度運転や車両の重量化などにより、レールは様々な衝撃を受ける機会が多い。このような衝撃や、その結果生じる高周波振動などの現象が、軌道破壊を引き起こす原因の一つであると考えることができる。

そこで、本研究では、高い周波数領域におけるレールの振動特性を正確に把握するため、チモシェンコ理論を用いた計算方法を考察する。その際、計算の簡略化を図るため、チモシェンコ理論による式の項を省略し計算を行い、結果を比較する。

2. チモシェンコ理論¹⁾

細長い梁であるレールの振動計算は、一般にオイラーの理論が用いられてきた。

しかし、高周波領域ではチモシェンコ理論のほうが正確な計算ができるため²⁾、本研究ではレールの振動特性を計算する際、チモシェンコ理論を用いて計算を行うこととする。

チモシェンコ梁の運動方程式を以下に示す。

(上下方向)

$$\eta GA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \phi \right) - \rho A \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

(回転)

$$EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \eta GA \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \phi \right) - \rho I \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

ここに、

η : 形状係数

G : 横弾性係数

A : 断面積

ρ : 密度

E : ヤング率

I : 断面二次モーメント

Y : レール横曲げ変位

Φ : レール回転角

γ : 未定係数

とする。

また、 Y, Φ は以下の式で表され、(1)、(2) 式より求める。

$$Y = P_1 e^{-i\gamma_1 x} e^{i\omega t} + Q_1 e^{-\gamma_2 x} e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$\phi = P_2 e^{-i\gamma_1 x} e^{i\omega t} + Q_2 e^{-\gamma_2 x} e^{i\omega t} \quad (4)$$

以上 (1) ~ (4) 式を用いて γ を求め、境界条件より P_1, P_2, Q_1, Q_2 を求め変位を計算する。

しかしこの計算は複雑である。そこで高周波数領域における計算方法を考えるため、チモシェンコの運動方程式を簡略化する。

(1)、(2) 式より、 $\frac{\partial Y}{\partial x} \gg \phi$ とすると、

(上下方向)

$$\eta GA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial Y}{\partial x} \right) - \rho A \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \quad (1')$$

(回転)

$$EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \eta GA \left(\frac{\partial Y}{\partial x} \right) - \rho I \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2')$$

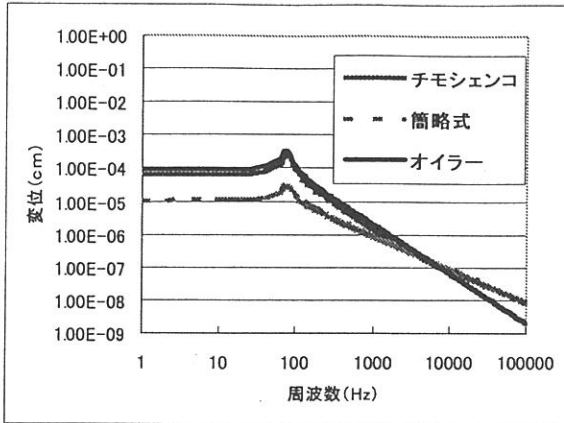
となる。以上 (1')、(2')、(3)、(4) 式を用いて計算し、 Y, Φ を求める。

また、(1') より、

$$\frac{\eta G}{\rho} \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \quad (5)$$

$$C_0^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} \quad (6)$$

この式 (6) は、波動方程式であり、式中の



図—1 レール横曲げ変位の周波数応答関数

$C_0 = \sqrt{\frac{\eta G}{\rho}}$ は、せん断波伝播速度である。

一般に、伝播速度は周波数に依存する性質がある。しかし過去の研究より、レールの横曲げ振動の場合、周波数が 150～200Hz を超えると一定の値に収束し、周波数に左右されない²⁾。

本研究では、高い周波数領域について計算するため、この波伝播速度を用いても問題ないとする。

また、(2') 式より、

$$Y = \frac{C_0^2 \left(\frac{IW^2 \rho}{EI} - \gamma^2 \right)}{iW \eta GA} = \frac{C_0^2 \left(\frac{IW^2}{C^2} - \gamma^2 \right)}{iW \eta GA} \quad (7)$$

となる。ここに $C = \sqrt{\frac{EI}{\rho}}$ となり、これはレールの

疎密波の速度である。

3. 数値計算

本研究では、レールを弾性支承上の両端無限の梁とし、せん断力=1 の力で加振した。チモシェンコ理論の式に弾性を考慮すると、以下ようになる。

$$\eta GA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial Y}{\partial x} - \phi \right) - \rho A \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + KY = 0 \quad (1'')$$

ここで、K：バネ定数であるとする。

表-1 計算に用いた物性値³⁾

項目	記号	単位	数値
断面二次モーメント	I	cm ⁴	322
断面積	A	cm ²	131.92
材料密度	ρ	(Kgf/cm/s ²)/cm ³	8*10 ⁻⁶
ヤング率	E	Kgf/cm ²	2.1*10 ⁶
横弾性係数	G	Kgf/cm ²	0.8*10 ⁶
バネ定数	K	Kgf/cm	1.1*10 ⁵
形状係数	η	-	0.31
損失係数	D	-	0.15

この式を (1) の代わりに用いた計算結果を図—1 に示す。この図より、レールのような細長い梁では、チモシェンコ理論とオイラー理論の差は僅かであること、簡便法は数 KHz 付近でチモシェンコ理論とほぼ一致するが、全体的に見てずれが目立つことが分かる。

なお、計算に用いた物性値³⁾は表—1 の通りである。

4. 結論

本研究では、高周波領域の衝撃を受けたレールの横曲げ変位の計算をオイラー理論、チモシェンコ理論、簡略式の 3 種類の方法で行った。その結果、高周波領域では、チモシェンコ理論の簡略式を用いることは可能であるが、レールの横曲げ変位の計算には一般に用いられているオイラーの理論で十分正確な計算ができることがわかった。

しかし、コンクリート梁のような大断面の部材では、簡便法の有用性を示唆する結果も得られており、今後更に計算を進めていく予定である。

参考文献

- 1) James F. Doyle: Wave propagation in Structures, pp132-138
- 2) 山口泰, 角知憲: 横曲げ振動を考慮した高周波小返り振動特性に関する研究
- 3) 原田稔, 角知憲, 壇和喜, 池田健一: レール小返り振動の周波数特性に関する実験的研究, 日本機械学会第六回交通・物流部門大会講演論文集「No97-13」, pp115-118