

傾斜ケーブルの非線形振動に及ぼす非抗圧縮性の影響

長崎大学大学院 学生会員 ○井上 靖 長崎大学大学院 学生会員 呉 慶雄
 長崎大学工学部 フェロー 高橋和雄 長崎大学工学部 正会員 中村聖三

1. まえがき

ケーブルは圧縮力には抵抗しないので、ケーブルの非線形振動を取り扱う場合に、非抗圧縮性の影響を評価しておくことが必要である。著者らは運動方程式を差分法を用いて離散化し、曲げや減衰を考慮することによって、非抗圧縮性を表現できるモデルを開発した¹⁾。

本研究では傾斜ケーブルの非線形運動方程式を誘導し、ケーブルの非線形強制振動の及ぼす非抗圧縮性の影響を傾斜角、サグ比のもとに評価する。

2. 運動方程式

図-1に示すような長さに沿って等分布質量を有し、傾斜角 θ を持つケーブルを解析の対象とする。曲げと減衰の項を考慮して運動方程式を誘導し、さらに無次元化すると次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \tau^2} + 2h\omega_0 \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} - \frac{1}{\cos \theta \cdot \pi^2} \left(-k^2 \delta \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial s^4} + aa1 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} + aa5 \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + aa4 \bar{\tau} + \bar{\tau} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} + \frac{1}{aa1} \frac{d\bar{\tau}}{ds} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} \cdot \frac{d\bar{\tau}}{ds} \right) = \frac{8\beta}{\cos \theta \cdot \pi^2} \frac{p_x(x, t)}{mg} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \tau^2} + 2h\omega_0 \frac{\partial \bar{w}}{\partial \tau} - \frac{1}{\cos \theta \cdot \pi^2} \left(-k^2 \delta \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial s^4} + aa1 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial s^2} + aa5 \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + aa3 \cdot \bar{\tau} + \bar{\tau} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial s^2} + aa2 \frac{d\bar{\tau}}{ds} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} \frac{d\bar{\tau}}{ds} \right) = \frac{8\beta}{\cos \theta \cdot \pi^2} \frac{p_y(x, t)}{mg} \quad (2)$$

$$\bar{\tau} = k^2 \left\{ aa2 \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{1}{aa1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial s} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial s} \right)^2 \right\}, \quad \frac{d\bar{\tau}}{ds} = k^2 \left\{ aa2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial s^2} + aa3 \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} + \frac{1}{aa1} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} + aa4 \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial s^2} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial s} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial s^2} \right\}$$

$$aa1 = \frac{d\bar{s}}{dx}, aa2 = \frac{d\bar{x} \tan \theta + d\bar{z}}{d\bar{s}}, aa3 = \frac{d}{d\bar{s}} \left(\frac{d\bar{x} \tan \theta + d\bar{z}}{d\bar{s}} \right), aa4 = \frac{d}{d\bar{s}} \left(\frac{d\bar{x}}{d\bar{s}} \right), aa5 = \frac{d}{d\bar{s}} \left(\frac{d\bar{z}}{d\bar{s}} \right), \beta = \frac{mgl}{8H}, m: \text{単位長さ当りの質量},$$

$$k^2 = \frac{EA}{H}: \text{伝播速度比}, \delta = \frac{EI}{L^2} \cdot \frac{1}{EA}: \text{曲げ-伸び剛性比}, \omega_0 = \sqrt{\frac{H \cos \theta}{m} \left(\frac{\pi}{l} \right)^2}: \text{傾斜弦の1次固有円振動数},$$

h : 減衰定数, u : x 方向の変位, w : z 方向の変位, $\bar{w} = w/l, \bar{z} = z/l, \bar{s} = s/l, \bar{x} = x/l, \tau = \omega_0 t$

3. 非抗圧縮性の処理

ケーブルの非抗圧縮性を考慮する場合は、全張力が0より小さくなった場合を0とする。

$$\frac{T + \tau}{H} = \frac{d\bar{s}}{dx} + \bar{\tau} = 0 \left(\frac{d\bar{s}}{dx} + \bar{\tau} < 0 \right) \quad (3)$$

4. 解法

数値解法として、差分法を用いる。要素分割数は100とし、時間間隔は 2.5×10^{-5} とする。数値安定のため、曲げ-伸び剛性比 $\delta = 10^{-7}$ および減衰定数 $h=0.001$ を用いる。

5. 解析結果

本研究では周期的支点変位を受ける場合の強制振動を取り扱う。与

える支点変位は、 $\bar{x}=1$ の点に軸方向周期的変動変位($X \cos \omega \tau$, X : 支点変位の振幅(l で無次元化))を与える。境界条件は時間 τ の場合に $\bar{u}|_{\bar{x}=0} = 0, \bar{w}|_{\bar{x}=0} = 0, \bar{u}|_{\bar{x}=1} = X(\tau), \bar{w}|_{\bar{x}=1} = Z(\tau)$ となる。支点変位の円振動数はその傾斜角の1次固有円振動数と同じとする。

(1) 圧縮力が出現する支点変位

傾斜角 $30^\circ, 45^\circ$ および 60° の場合のサグ比 $\gamma = f/l$ の変化による圧縮力が出現する支点変位の大きさを図-3に示す。小さな無次元支点変位で圧縮力が出現する場合が圧縮力が出現しやすいサグ比であり、傾斜角 30° の場合に約0.03から0.05、 45° の場合に0.04から0.08、 60° の場合に0.1以上と傾斜角 θ が大きくなると圧縮力が出現しやすいサグ比が大きくなっている。

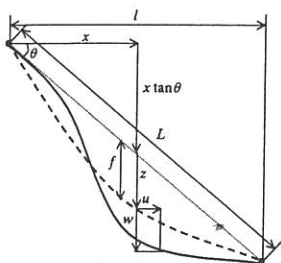


図-1 ケーブルの一般図

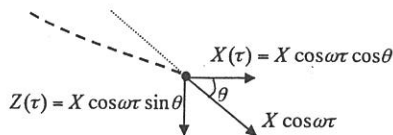


図-2 支点変位の与え方

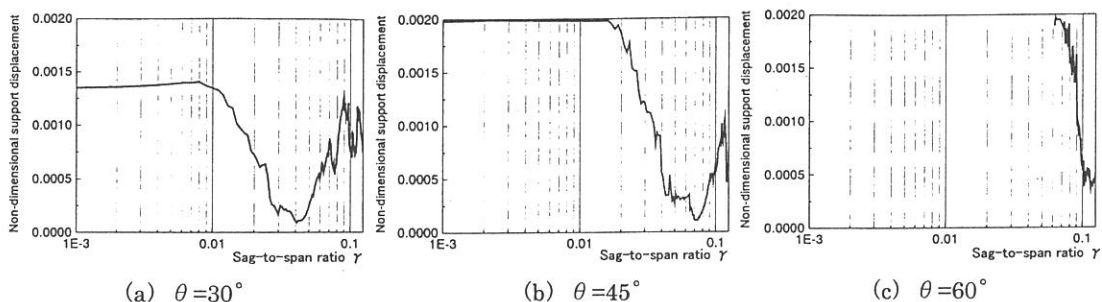


図-3 圧縮力が出現する支点変位 ($k^2=900$, $\delta=10^{-7}$, $h=0.001$)

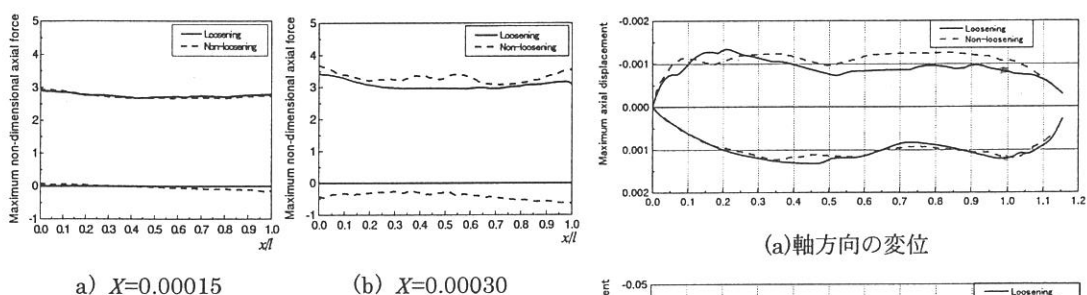


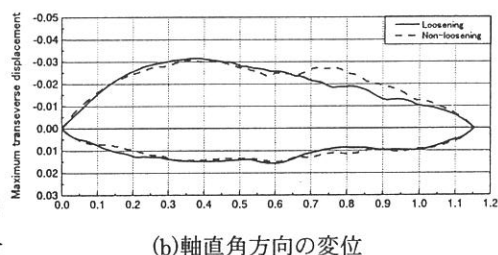
図-4 最大および最小軸力の変化
($\gamma=0.040$, $k^2=900$, $\theta=30^\circ$, $\delta=10^{-7}$, $h=0.001$)

(2) 最大・最小軸力

傾斜角 30° の場合の最大と最小軸力を図-4 に示す。(a) は支点変位の大きさ $X=0.00015$ 、(b) は $X=0.00030$ の場合で、非抗圧縮性を考慮する場合を実線、無視する場合を破線でそれぞれ示している。(a) よりこの場合には非抗圧縮性の影響は小さい。しかし、ケーブルの上部 ($\bar{x}=0$ 付近) では圧縮力が出現しない場合でも下部 ($\bar{x}=1$ 付近) では出現している。(b) の場合もケーブルの下部が上部より大きな圧縮力が出現していて、非抗圧縮性を考慮する場合が無視する場合より軸力の最大値は小さくなっている。ケーブルの中央付近では非抗圧縮性を考慮する場合と無視する場合の軸力の最大値の差が大きい。

(3) 変位の最大応答

傾斜角 30° のケーブルが支点変位 $X=0.00030$ を受ける場合の変位の最大応答を図-5 に示す。(a) は軸方向の変位、(b) は軸直角方向の変位を示す。図のように、軸方向変位の最大値については負の変位に非抗圧縮性の影響が現れる。軸直角方向の変位の最大値についてはケーブルの下端部に非抗圧縮性の影響が現れる。



(b) 軸直角方向の変位

図-5 変位の最大応答

($\gamma=0.040$, $k^2=900$, $\theta=30^\circ$, $\delta=10^{-7}$, $h=0.001$)

6. まとめ

- (1) 傾斜角が大きくなると圧縮力が出現するサグ比が大きくなる。
- (2) ケーブルの緩みはケーブルの下部で現れやすい。
- (3) 非抗圧縮性を考慮するほうが無視する場合より軸力の最大値は小さい。
- (4) 非抗圧縮性はケーブルの負の軸方向変位と下端部の負の軸直角方向変位に影響を及ぼす。

参考文献

1) 井上, 高橋, Wu, 中村: ケーブルの緩みを考慮した非線形振動解析, 土木学会第 57 回年次学術講演会講演概要集, 第 1 部, I-584, pp.1095-1096, 2002.