

積層偏平シェル構造の非線形挙動に関する研究

長崎大学 大学院 学生会員 ○神谷 幸祐
長崎大学 工学部 正会員 松田 浩

長崎大学 工学部 正会員 森田 千尋
長崎大学 工学部 正会員 崎山 毅

1 はじめに

構造物に用いられている材料はさまざまあるが、その中でも複合材料は土木の分野においても注目されてきている。特に軽量、高比強度、高比剛性をもつカーボン、ボロン、アラミドなどの新素材とプラスチック素材とを組み合わせたFRP(繊維強化タイプ複合材)は、高強度、高剛性を有し、軽量であることからあらゆる分野の構造要素に用いられ、適用範囲が広がっている。

そこで本研究では、積層板に僅かに曲率をつけたFRP積層偏平シェルの非線形挙動を明らかにすることを目的としている。

2 基礎理論

2.1 積層偏平シェルの弾塑性解析

弾塑性状態での積層偏平シェルの応力-ひずみ関係式は k 番目の層については、

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ep11} & \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep16} \\ \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep22} & \bar{Q}_{ep26} \\ \bar{Q}_{ep16} & \bar{Q}_{ep26} & \bar{Q}_{ep66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_x \\ \Delta\varepsilon_y \\ \Delta\gamma_{xy} \end{bmatrix}_k$$

となる。ここで、

$$[\bar{Q}_{ep(ij)}]_k = \bar{Q}_{(ij)k} - \frac{\bar{Q}_{(ij)k} a_k a_k^t \bar{Q}_{(ij)k}}{A_k + a_k^t \bar{Q}_{(ij)k} a_k}, \quad a_k^t = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \sigma_k}$$

である。なお、本解析でひずみ硬化率 A_k はないものとしている。また、面内力及びモーメントに関しては図2の様に板厚の中心から z 軸を取り、層と層の境界面を $z_0, z_1, \dots, z_N$ とする。積層板では各層ごとに応力が異なるため、応力を板厚方向に積分し、

$$\begin{aligned} (\Delta N_x, \Delta N_y, \Delta N_{xy}) &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta\sigma_x^{(k)}, \Delta\sigma_y^{(k)}, \Delta\tau_{xy}^{(k)}) dz \\ (\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_{xy}) &= \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta\sigma_x^{(k)} z, \Delta\sigma_y^{(k)} z, \Delta\tau_{xy}^{(k)} z) dz \end{aligned}$$

と定義する。ここで肩カッコの (k) は k 番目の層を示している。これらと積層板に等分布荷重を載荷したときの力の釣り合いから、基礎微分方程式が求められる。この基礎微分方程式の断面力、変形に関して無次元量を導入し、それぞれを領域において面積分した後、積分方程式に変換する。これに積分方程式の近似解法を応用すると、離散解は次式で表される。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{pijfd} \Delta X_{rf0} + \sum_{g=0}^j b_{pijgd} \Delta X_{sg0} \right) + \Delta q_{pij}$$

ここに ΔX_{rf0} , ΔX_{sg0} は境界条件から決定される積分定数であり、 a_{pijfd} , b_{pijgd} は断面形状を伝えるマトリックス、 Δq_{pij} は荷重項である。

2.2 降伏条件及び解析モデル

本研究では、異方性材料の降伏条件として、以下に示す Hill の降伏条件式を用いる。平面応力状態において、

$$\left(\frac{\sigma_L}{F_L} \right)^2 - \frac{\sigma_L \sigma_T}{F_L^2} + \left(\frac{\sigma_T}{F_T} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{LT}}{F_{LT}} \right)^2 = 1$$

となる。なお、 F は降伏応力で、添字の L は繊維方向、 T は繊維直角方向である。数値解析例として用いた積層偏平シェルは、 0° と 90° の層のみから成るクロスプライ積層偏平シェルであり、材料特性としては表1に示すグラファイト/エポキシ材を仮定している。本解析では、各層は完全に密着しているものとし層間のズレはないものと仮定している。

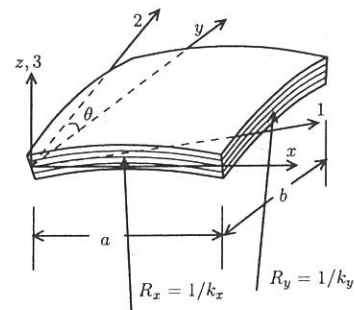


図1: 積層偏平シェルの直交異方性主軸



図2: 基準線

表 1: グラファイト / エポキシ複合材の材料定数及び降伏応力

弾性係数	$E_L = 25 \times 10^6 \text{ psi}$	(172.4GPa)
	$E_T = 10^6 \text{ psi}$	(6.89GPa)
せん断弾性係数	$G_{LT} = 0.5 \times 10^6 \text{ psi}$	(3.45GPa)
	$G_{TT} = 0.2 \times 10^6 \text{ psi}$	(1.38GPa)
降伏応力	$F_L = 25.0 \text{ ksi}$	(172.4MPa)
	$F_T = 5.0 \text{ ksi}$	(34.5MPa)
	$F_{LT} = 3.5 \text{ ksi}$	(24.1MPa)
ポアソン比	$\nu_{LT} = 0.25$	
板厚比	$a/h = 50$	
無次元量	$P = a^2/M_p \times q$	
パラメータ	$W = D/a^2 M_p \times \delta_c$	
塑性モーメント	$M_p = F_T h^2/4$	

3 解析結果及び考察

まず、本解法の収束性及び精度を明らかにするために、等分布荷重を受ける四辺単純支持(ピン)された5層の積層偏平 E.P. シェルの4分の1部分において、 x, y 方向の分割数を2, 3, 4, 5分割、板厚方向の分割数を10分割とし、本解析解と FEM 解析による解との比較を行った。図3には中央点に関する荷重-たわみ曲線を示し、解析値を曲線で、FEMによる解をプロットで示している。本解析値は x, y 方向の分割数を上げることで FEM 解析による解とはほぼ一致してくることが確認できた。

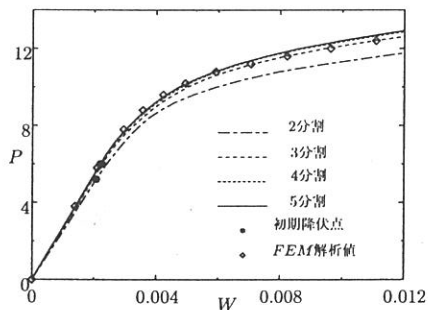


図 3: 積層偏平 E.P. シェルの荷重-たわみ曲線

次に積層順序が与える影響を明らかにするために4層からなる対称、逆対称クロスプライ積層シェルを用いて解析を行った。図4に示すように荷重-たわみ曲線では積層順序による影響はほとんど見られなかった。同様に、塑性域の進行状況を把握するために図5で示すように A-A, B-B 断面で切断した塑性域断面図を図6に示している。灰色の層は繊維直角方向であることを意味する。2つの積層シェルを比較すると、ともに中央部の上面から塑性化が開始し、内部へと進行していく。荷重が増加するにつれ、繊維と直角方向への進行が早くなることが確認できる。下面においてはほぼ塑性化しないことが分かる。

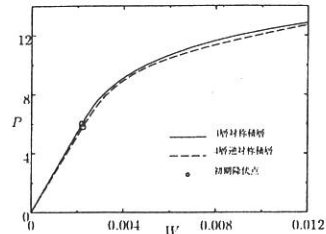


図 4: 荷重-たわみ曲線

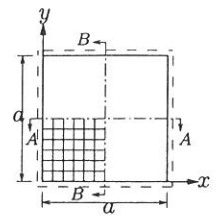


図 5: 分割図

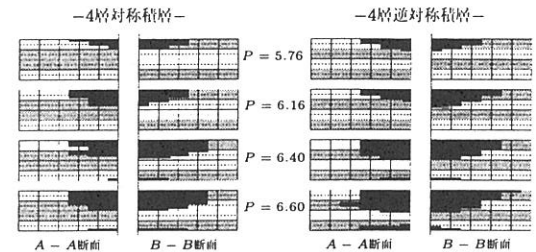


図 6: 塑性域進行断面図の比較

つづいて、シェルの曲面形状が非線形挙動に及ぼす影響を調べるため、5層の積層偏平シェルに関して、E.P.(楕円放物線), H.P.(双曲放物線), C.(円筒)シェルの中央点に関する荷重-たわみ曲線を図7に示す。図より剛性は C. シェルが最も弱く、E.P., H.P. シェルの挙動は初期降伏点まではほぼ同じである。塑性域が進展していくのに対し、H.P. シェルではそれほど大きく変わらない。

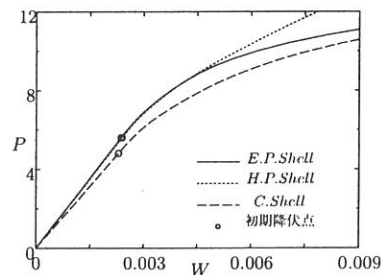


図 7: 曲面形状の違いによる荷重-たわみ曲線

4 あとがき

本解法に基づく解析結果と既往の数値解との比較を行った結果、本解法は積層偏平シェルの非線形挙動解析においても有効であると言える。今後は、境界条件、曲率、積層数や積層順序などのパラメータが非線形挙動に与える影響について明らかにしていく予定である。

[参考文献] 1) 松田浩, 森田千尋, 崎山毅, 西村一朗: 積層偏平シェルの弾性曲げ解析, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.99-109, 1994 2) R. Hill: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol.193, pp.281-297, 1948