

非線形緩勾配方程式を用いた斜面上の波変形解析

長崎大学大学院 生産科学研究科 学生員 ○吉田 潤  
 長崎大学工学部 社会開発工学科 フェロー 富樫 宏由  
 長崎大学工学部 社会開発工学科 平山 康志

1. はじめに

沿岸域で発生する海浜流、漂砂等の予測を行うためには、沿岸に近い海域である砕波帯から波打ち帯における波の波形・流速変動を正確に予測することが重要である。有川・磯部(2000)<sup>1)</sup>は、強非線形・強分散方程式である非線形緩勾配方程式(磯部ら、1994<sup>2)</sup>)を用いて、砕波・遡上計算モデルの開発を行ってきた。その結果ある程度の妥当性が得られているものの、海岸構造物等の天端高の決定に不可欠な波の打上げ高の検討までは行われていない。そこで本研究では、種々の波条件を使って波の打上げ高を出来るだけ正しく求めることを主眼として、砕波減衰項と遡上境界モデルの検討を行うことを目的とする。

2. 基礎方程式

(1)非線形緩勾配方程式

速度ポテンシャルを既知の鉛直分布関数系  $Z_\alpha$  およびその重み未知係数  $f_\alpha$  を用いて級数で近似し、変分原理を用いて定式化される。

$$\phi(x, z, t) = \sum_{\alpha=1}^N Z_\alpha(z; h(x)) f_\alpha(x, t)$$

非線形緩勾配方程式は、磯部(1994)により導出された方程式であり、以下の式(1)の運動量方程式と式(2)の連続式からなる。

$$g\eta + Z_\beta^n \frac{\partial f_\beta}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_\alpha^n Z_\beta^n \nabla f_\alpha \nabla f_\beta + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_\alpha^n}{\partial z} \frac{\partial Z_\beta^n}{\partial z} f_\alpha f_\beta + \frac{\partial Z_\alpha^n}{\partial h} Z_\beta^n f_\alpha \nabla f_\beta \nabla h (+ M_d) = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$Z_\alpha^n \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla(A_{\alpha\beta} \nabla f_\beta) - B_{\alpha\beta} f_\beta + (C_{\beta\alpha} - C_{\alpha\beta}) \nabla f_\beta \nabla h + \frac{\partial Z_\beta^n}{\partial h} Z_\alpha^n f_\beta \nabla \eta \nabla h = 0 \dots\dots\dots(2)$$

(2)砕波減衰項

砕波減衰項は Dibajnia・渡辺(1987)<sup>3)</sup>が提案した  $f_D$  を用いた拡散型モデル( $M_d$ )を用い、砕波帯内では以下の式(3)を式(1)に付加させて計算する。

$$M_d = -\frac{gD}{\omega^2} f_d \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \dots\dots\dots(3)$$

ここで、

$$f_d = \alpha_d \tan \theta \sqrt{\frac{g}{D}} \sqrt{\frac{\bar{u} - u_r}{u_s - u_r}}$$

$$u_s = 0.4(0.57 + 5.3 \tan \theta) \sqrt{gh}, \quad u_r = 0.4 \left(\frac{a}{h}\right)_b \sqrt{gh}$$

3. 数値計算法：断面における計算は、有川・磯部(2000)のように、差分手法に Crank-Nicholson 法を用い、Newton 法により行っている。沖側境界や入射方法はそこに詳しく述べられている。

(1)砕波判定

砕波点の決定方法は、有川・磯部(2000)のように流速・波速比を用いて変動的に砕波点を求める方法があるが、ここでは数値計算の安定性を図るため、合田の砕波指標より得られた砕波水深を元に砕波点を決定し、固定させている。この合田の砕波指標より得られた砕波点と前述の流速・波速比より得られた砕波点は、ほぼ一致する事が分かっている。

(2)遡上境界

汀線移動モデルは、波先端部の水粒子速度を汀線移動速度と考え、最後の格子の大きさ( $dx_s$ )に伸縮性を持たせることによって、より滑らかな汀線移動の表現を可能にする。つまり、 $0.5dx \leq dx_s \leq 1.5dx$  とし、 $dx_s \leq 0.5dx$  となる場合は格子を減らし流下とし、 $dx_s \geq 1.5dx$  の場合には格子数を一つ増加し、遡上と考える。

4. 計算結果

(1)砕波帯内での実験値との比較：ここでは砕波帯内の比較を行うため、波高分布と平均水位の実験値との比較を行っている。波条件は Bowen(1968)<sup>4)</sup>に合わせて取り、周期  $T=1.14(s)$ 、波高  $H=0.0645(m)$ 、斜面法先水深  $h=0.75(m)$ 、斜面勾配  $S=0.082$  である。砕波減衰項に拡散型モデルを用いると、平均水位の wave set-up が殆ど生じないため、結果的には波の打上げ高

が非常に小さくなるので、拡散型モデルの碎波減衰項を小さく抑えるように計算した。図-1 は波高分布(波峰と波谷)を比較したものである。碎波点付近で波高が上昇し、碎波後波高が減少して、実験値とも比較的良く一致している事が分かる。図-2 は平均水位の分布であるが、実験値と多少のずれが見られるものの、今まで一番問題のあった碎波後平均水位が上昇する wave set-up が顕著に表現出来ている。

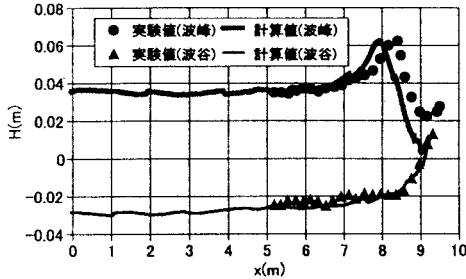


図-1 波峰と波谷の実験値(Bowen)との比較

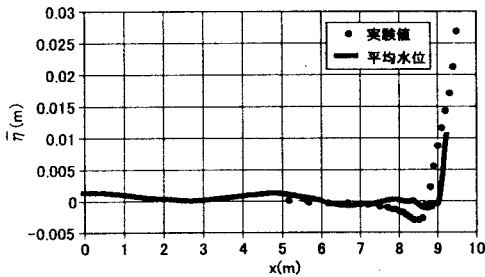


図-2 平均水位の実験値(Bowen)との比較

(2)碎波する波の打上げ高の比較:ここでは汀線移動モデル・碎波減衰項の妥当性とそれに伴う波の打上げ高の比較を行う。打上げ高の比較を行う実験式として、Hunt の式と Saville の算定図より得られた打上げ高を用いて比較検討を行っている。本研究では、計 14 個の波条件を用いて計算を行った。ここでは、その内の一つである case1 の結果を載せている。具体的な波の諸元は、周期は  $T=5.0s$ 、波高を  $H=0.09m$ 、斜面法先水深を  $h=0.56m$  としている。また、斜面勾配は  $S=1/25$ 、である。case1 の結果は図-3 と図-4 である。Hunt の式と Saville の算定図より得られた打上げ高はそれぞれ、 $0.075(m)$ と  $0.061(m)$ であるが、図-3,4 に示す本研究による打上げ高の数値解は  $R \approx 0.1(m)$  であり、比較的近似した波の打上げ高が得られ、スムーズな汀線移動が行われていることも分かる。

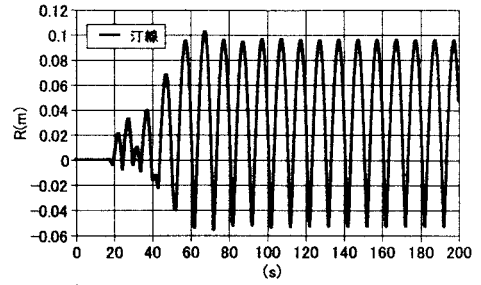


図-3 case1 の汀線の時系列波形

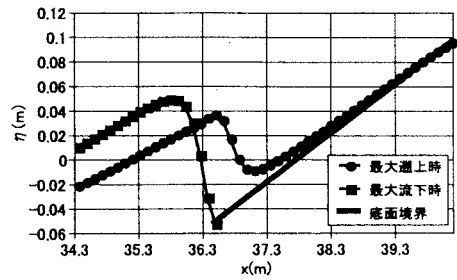


図-4 case1 の空間波形

## 5. おわりに

本研究では、どの波条件でも碎波減衰項に拡散型モデルを用いているが、波の打上げ高を出来るだけ正確に数値解析することを主眼として、従来の碎波減衰項を小さく抑える方法で計算した。碎波を含めて遡上域を計算し、その結果を Bowen の実験結果と比較したところ、波高分布が比較的精度よく解析されていること、wave set-up が顕著に表れていること等からも、ほぼ妥当な解析結果が得られた。そうした解析結果に基づいて、どの波条件でも打上げ高が実験式に近似した結果を得ることが出来た。

### 参考文献

- 1)有川太郎・磯部雅彦(2000): 非線形緩勾配方程式を用いた碎波・遡上計算モデルの開発、海岸工学論文集、第 47 巻(1),pp.186-190.
- 2)磯部雅彦(1994): 非線形緩勾配波動方程式の提案、海岸工学論文集、第 41 巻(1),pp.1-5.
- 3)Dibajnia,M.・渡辺 晃(1987): 波浪場と海浜横断地形変化の数値計算モデル、第 34 回海岸工学講演会論文集、pp.291-296.
- 4)Bowen,A.J.,et al.(1968): Wave 'Set-down' and Set-Up, Journal of Geophysical Research.,Vol.73,pp.2569-2577.