

繊維強化型複合積層板の弾塑性解析

長崎大学 大学院 学生会員 ○ 木下 正幸
 長崎大学 工学部 正会員 森田 千尋
 長崎大学 工学部 正会員 松田 浩
 長崎大学 工学部 正会員 崎山 毅

1 はじめに

軽量, 比強度, 比剛性に優れた FRP(繊維強化型プラスチック)を積層状にした積層板は, 強い異方性を示し, 有利な材料設計が可能である。また, その高耐久性から土木の分野でも注目されつつある。

そこで本研究では, 繊維強化型複合積層板に関して, 積層数, 積層順序および降伏条件の違いによる弾性及び塑性(破損)変形に関する挙動を離散的近似解法¹⁾を用いて明らかにすることを目的としている。

2 基礎理論

2.1 積層板の弾塑性解析

図1に示すような積層板に増分荷重を載荷したときの力の釣り合いから, 基礎微分方程式が求められる。この基礎微分方程式の断面力, 変形に関して無次元量を導入し, それぞれを領域において面積分した後, 積分方程式に変換する。これに積分方程式の近似解法を応用すると, 離散解はこのように次式で表される。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{pijfd} \Delta X_{rf0} + \sum_{g=0}^j b_{pijgd} \Delta X_{s0g} \right) + \Delta q_{pij} \quad (1)$$

ここに, ΔX_{pij} および ΔX_{s0g} は境界条件から決定される積分定数であり, a_{pijfd} , b_{pijgd} は断面形状を伝えるマトリックス, Δq_{pij} は荷重項である。

次に, 弾塑性状態での積層板の応力-ひずみ関係は k 番目の層については,

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ep11} & \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep16} \\ \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep22} & \bar{Q}_{ep26} \\ \bar{Q}_{ep16} & \bar{Q}_{ep26} & \bar{Q}_{ep66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \varepsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (2)$$

となる。ここで,

$$[\bar{Q}_{ep(ij)}]_k = \bar{Q}_{(ij)k} - \frac{\bar{Q}_{(ij)k} a_k a_k^t \bar{Q}_{(ij)k}}{A_k + a_k^t \bar{Q}_{(ij)k} a_k} \quad (3) \quad a_k^t = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \sigma_k}, \quad A_k = H'_k = \frac{d\bar{\sigma}_k}{d\varepsilon_k^p} \quad (4)$$

である。なお A_k はひずみ硬化率であり, 本解析では $A_k = 0$ としている。

また, 断面力に関しては図2の様に板厚の中心から z 軸をとり, 層と層の境界面を $z_0, z_1, \dots, z_n$ とする。積層板では各層ごとに応力が異なるため, 応力を板厚方向に積分し,

$$(\Delta N_x, \Delta N_y, \Delta N_{xy}) = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta \sigma_x^{(k)}, \Delta \sigma_y^{(k)}, \Delta \tau_{xy}^{(k)}) dz \quad (5)$$

と定義する。ここで肩カッコの (k) は k 番目の層を示している。

2.2 降伏条件

本研究では, 異方性材料の降伏条件を用いる。Hoffman 則の降伏条件式は,

$$\frac{\sigma_L^2 - \sigma_L \sigma_T}{F_{Lc} F_{Lt}} + \frac{\sigma_T^2}{F_{Tc} F_{Tt}} + \left(\frac{\tau_{LT}}{F_{LT}} \right)^2 + \frac{(F_{Lc} - F_{Lt}) \sigma_L}{F_{Lc} F_{Lt}} + \frac{(F_{Tc} - F_{Tt}) \sigma_T}{F_{Tc} F_{Tt}} = 1 \quad (6)$$

となり, さらに, 上式で引張り強さと圧縮強さを等置すると Hill 則の式となる。なお, F は降伏応力で, 添字の L は繊維方向, T は繊維直角方向, t は引張力, c は圧縮力である。

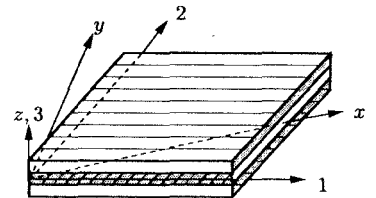


図1: 積層板の直交異方性主軸

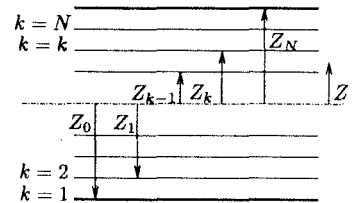


図2: 基準線

3 解析結果および考察

3.1 収束性および精度

ここでは、本解法の収束性及び精度を明らかにするために、等分布荷重を受ける四辺単純支持（ピン）された 0° と 90° の層からなる5層のクロスプライ積層板の4分の1部分において、 x, y 方向の分割数を2, 4, 6分割、板厚方向の分割数を10分割とし、Hillの降伏条件を用いて本解析解とFEM解析による解との比較を行なった。なお、今回の数値解析で用いたグラファイト / エポキシ複合材の材料定数を表1に示し、本解析では、各層は完全に密着しているものとし層間のズレはないものと仮定している。図3には中央点に関する荷重-たわみ曲線を示し、解析値を曲線でFEMによる解をプロットで示している。本解析値は x, y 方向の分割数を上げることで一様の収束性を確認することができ、本解析値とFEM解析による解は初期降伏点まではほぼ同じ値を示し、降伏後は多少のずれはあるもののほぼ一致している。

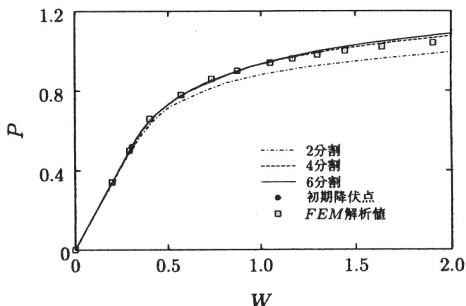


図3：荷重-たわみ曲線

表1：グラファイト / エポキシ複合材の材料定数および降伏応力

弾性係数	$E_L = 25 \times 10^6 \text{ psi}$ (172.4GPa)	$E_T = 10^6 \text{ psi}$ (6.89GPa)
せん断弾性係数	$G_{LT} = 0.5 \times 10^6 \text{ psi}$ (3.45GPa)	$G_{TT} = 0.2 \times 10^6 \text{ psi}$ (1.38GPa)
降伏応力	$F_L = 25.0 \text{ ksi}$ (172.4MPa) $F_{LT} = 3.5 \text{ ksi}$ (24.1MPa)	$F_T = 5.0 \text{ ksi}$ (34.5MPa)
ポアソン比 / 板厚比	$\nu_{LT} = 0.25$	$a/h = 50$
無次元量パラメータ	$P = a^2/10M_p \times q$	$W = 100D/a^2 M_p \times \delta_c$
塑性モーメント	$M_p = F_T h^2/4$	

3.2 塑性域進行状態

塑性域の進行状態を把握するために積層板を上からみた塑性域進行平面図と、積層板を図4に示すようにA-A断面、B-B断面で切断した塑性域断面図を図5、図6に示している。平面図、断面図ともに色の黒い部分は塑性（破損）化が進行したことを意味し、断面図の色が灰色の層は繊維が 90° 傾いていることを表している。なお、支持条件や材料定数は先ほどと同じ値を用い、 x, y 方向に5分割、板厚方向に20分割として解析している。

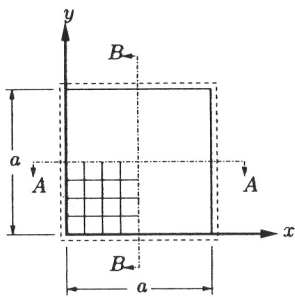


図4：積層板の切断位置

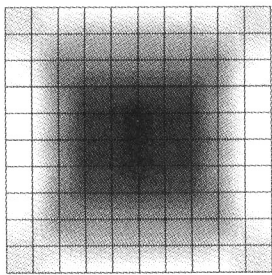


図5：塑性域進行平面図 ($P=1.00$)

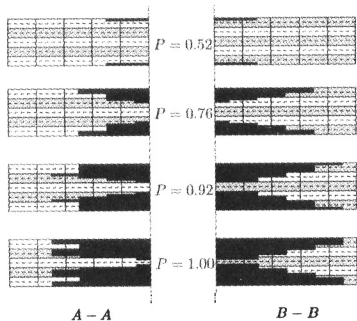


図6：塑性域進行断面図

図5、図6より塑性化は積層板の中央部の上下面から開始し内部へと広がっていくが、荷重が増分するにつれて繊維と直角方向へ早く進行していく。また積層板全体では、塑性域は y 方向へ早く広がっていることが確認できる。これらのことから、塑性域進行には繊維の方向や弾性係数比、降伏応力の違いなどが大きく影響しているといえる。

3.3 今後の予定

今後は、降伏条件や積層数、積層順序などのパラメータが弾塑性挙動に与える影響について明らかにしていく予定である。

[参考文献] 1) 松田浩, 森田千尋, 崎山毅, 西村一朗：積層偏平シェルの弾性曲げ解析, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.99-109