

高次不静定構造物の非線形解析アルゴリズムに関する一考察

佐賀大学理工学部 学生会員 原田 俊幸
佐賀大学理工学部 正会員 井嶋 克志

1. まえがき

兵庫県南部地震以降、構造物の耐震安全性の検討において、構造物が倒壊あるいは倒壊寸前までの解析を必要とするようになった。これらの解析では、当然構造物の材料非線形を考慮するとともに、上部構造として柱あるいは橋脚に作用する常時圧縮力が負の幾何剛性として働くため、幾何学的非線形をも考慮しなければならない。この2つの非線形をニュートン・ラブソン法などの反復計算に同時に取り入れた場合、応力・ひずみ履歴が複雑なコンクリートなども含めた解析では収束解を得ることができないため、反復計算中に剛性マトリクスを変えない方法などが作用され、静定である単柱橋脚などでは実験値ともよい一致をみているようである。しかしながら、部材間の剛比により解が異なる不静定構造物についての検証例は見られず、部材間の剛比が荷重とともに変化する不静定構造についても反復計算において一定の剛性マトリクスを用いて正しい計算が可能か疑問に思うところである。本研究は、以上の観点から、比較的合理的と考えられる反復アルゴリズムを示すとともに、このアルゴリズムであっても荷重増分幅次第では解が異なる可能性について、RC 4脚の高架橋を用いて解析結果の検討を行ったものである。

2. 解析アルゴリズム

RC骨組要素に対して、材料非線形性を考慮するため図-1に示す力学モデルを採用した。要素端に変形が集中するものとして、剛体リンクとその端部に分布バネが接続されたモデルである。各分布バネは要素断面を分割した各分割断面に設置されるものとし、各バネの伸縮量は要素半区間の軸方向伸縮量に対応する。したがって、軸力による要素の軸方向伸縮量と要素半区間曲率一定とした分割断面各位置における伸縮量の和が、各バネの伸縮量となる。バネの伸縮量より分割断面の要素半区間ひずみ一定のもとに、コンクリートあるいは鉄筋それぞれに設定した応力・ひずみ履歴則に基づき応力が算定され、分割断面積との積により復元力を得ることができる。この各バネの復元力を要素端断面内に設定した重心点について積分することにより、材料非線形を考慮した軸方向力および端モーメントの要素端力を得ることができる。

反復アルゴリズムは次の通りである。まず、既知平衡状態における分割断面の応力・ひずみから接線ヤング率を求め、接線幾何剛性マトリクスを用いて増分外力に対してヤング率一定のもとに幾何学的非線形の反復計算から収束解を求める。次に、この収束解における分割断面のひずみから設定した応力・ひずみ履歴則に基づき応力を求め、断面重心点における積分により要素端力を計算し、節点における不平衡力を算出する。接線ヤング率を使用しているから、当然この不平衡力は許容範囲を超えるため、既知平衡状態と現収束解における応力・ひずみから割線ヤング率を求め、このヤング率一定のもとに再度幾何学的非線形の反復計算を行い収束解を求める。この収束解に対し応力・ひずみ履歴則に基づき不平衡力を算定する。この手順を繰り返すことにより、材料非線形の不平衡力が許容値を下回るまで反復する。

以上の反復アルゴリズムにより、多くの場合は収束解を得るが、時々発生する未収束の場合には、材料非線形での不平衡力が最小となる状態を仮の解として、この解からの割線ヤング率を用いることにより収束解を得ることができる。

3. 解析モデルと外力

図-2に数値計算に用いた解析モデルを示す。橋脚部分は断面が $0.8m \times 0.6m$ 、高さ 6m の鉄筋コンクリートとし、4本の橋脚と

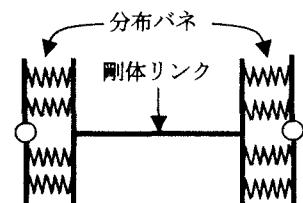


図-1 RC棒要素の力学モデル

も全て断面は等しい、橋脚下端は完全固定である。鉄筋とコンクリートの応力・ひずみ関係における包絡線は道路橋示方書を参考にしている。橋脚のみ非弾性として、上部構造は $14m \times 5m$ の弾性棒要素から構成される格子構造とした。初期荷重に $500tN$ を上部構造に偏心して与え、図のような強制変位を与えるものとする。強制変位は、 $0.1mm$ 刻みに増加させるケースと、 $1cm$ 刻みに増加させるケースの2通りについて行い、結果を比較した。

4. 解析結果と考察

図-3は強制変位と橋脚の下端部における端モーメントの関係、図-4は強制変位と橋脚下端要素軸力の関係を示している。両図とも、 $0.1mm$ 刻みの結果は曲線、 $1cm$ 刻みの結果はマーカー△, X, □, ◇によって示している。

初期荷重を偏心させて与えているため、橋脚間の初期剛性は強制変位を与える最初から異なり、また、図-6に示すとおり上部構造は強制変位とともに回転も始める。したがって、強制変位ステップ幅が異なれば、各橋脚間の剛比も異なるにも関わらず、図-3および図-4が示すように $0.1mm$ 刻みの強制変位による解に $1cm$ 刻みの解はほとんど一致している。誤差は僅か1%以下であった。割線ヤング率を作用したことによる効果であるのか、修正ニュートン・ラブソン法によつても同一の結果が得られるのか、後者の計算を行つてみなければ評価できないが、分割断面の割線ヤング率の変化が解に及ぼす影響は鈍いと考えられる。したがつて、修正ニュートン・ラブソン法においても荷重ステップ幅を小さく設定すれば精度良い解を得ることができるであろう。

図-5は、強制変位と橋脚の上、下端部の端モーメントの関係を示している。強制変位の増分量は $0.1mm$ の結果である。図より橋脚強度の劣化が始まる、すなわち降伏する時点は下端が固定であるから、当然下端から上端の順であるものの、本計算例では上部構造の剛性を非常に大きくしたため、ほぼ同時に8個の降伏点が発生した。

図-6は強制変位とともに上部構造の回転を示した図である。P1, P4橋脚の初期圧縮力が小さいため、初期橋脚剛性が小さく、強制変位を与えた当初は反時計回りの僅かに回転が発生し、橋脚が降伏後、初期圧縮力による負の幾何剛性が大きいP2, P3橋脚の変形が増大し時計回りの大きな回転が発生した。後者の回転は、幾何学的非線形解析を考慮した故に、現れたものである。

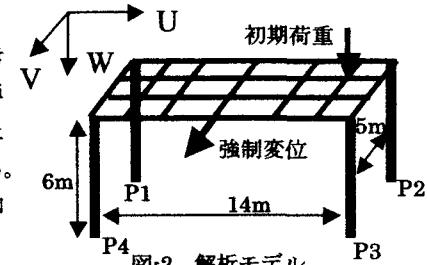


図-2 解析モデル

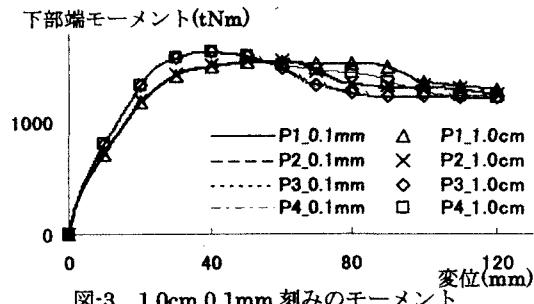


図-3 1.0cm, 0.1mm 刻みのモーメント

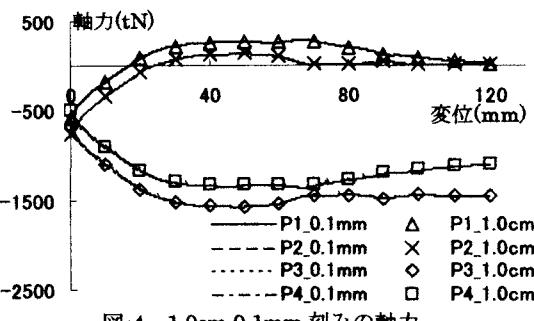


図-4 1.0cm, 0.1mm 刻みの軸力

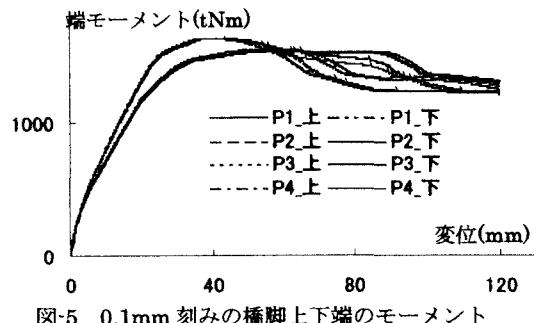


図-5 0.1mm 刻みの橋脚上下端のモーメント

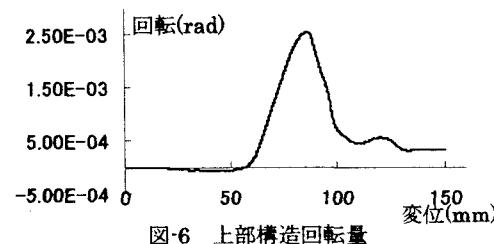


図-6 上部構造回転量