捩れと並進振動を行う構造物に設置した２つの同調系ダンパーの最適動特性値

大分工業高等専門学校　正会員　園田　敏矢
正会員　高西　照彦

1. まえがき

重心と剛心とが一致しないような、いわゆる偏心を有する構造物は、並進振動のみならず捩れ振動も生ずる。これら２つの振動に対してそれぞれ同調系ダンパーを設置し、それらが効率よく制震性を発揮するために必要となる２つの同調系ダンパーそれぞれの最適動特性値(最適振動数比、最適減衰定数、２つの同調系ダンパーの質量比)を定めることができる理論式を提案し、数値計算を行って理論の妥当性を示すことを目的としている。構造物が並進振動のみを行うときの固有円振動数を n_y、捩れ振動のみを行うときのそれを n_θ としたとき、前論[1)]では $n_y < n_\theta$ の場合の解析法を示し、本論では、$n_y > n_\theta$ の場合の解析法を示す。

2. 最適動特性値に対する理論式

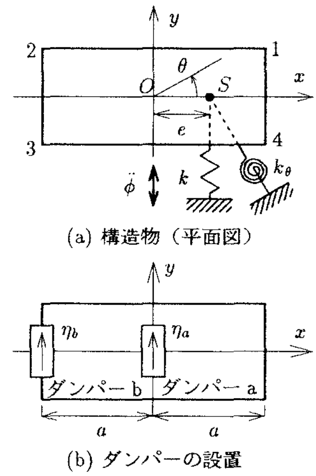
構造物系の固有円振動数 ω_1,ω_2 が $\omega_2/\omega_1 > 2$ のときには、実用的には1,2次それぞれ独立として最適動特性値を求めることができるが、$\omega_2/\omega_1 < 2$ のときには、お互いの振動が影響を及ぼすので、適切な最適動特性値は簡単には得られない。本論では、モード解析法によって構造物振動系をモード分解し、それぞれ１次振動については２次振動の影響を剛性の形で、２次振動については１次振動を慣性力の形で近似的に評価した。図-1(a) に示すように、x 方向のみに偏心を有する構造物が y 方向の地震入力$\ddot{\phi}(t)$ を受ける場合を考える。構造物の重心 O の y 方向の変位を y、回転角を θ、s 次の固有振動数を ω_s、基準座標を ξ_s、振動モードを Y_s,Θ_s とすれば、構造物-ダンパー系の振動方程式は次のように表すことができる。

$$y = \sum_{s=1}^{2} \xi_s Y_s \quad , \quad \theta = \sum_{s=1}^{2} \xi_s \Theta_s \tag{1}$$

$$\ddot{\xi}_s + 2h_s\omega_s\dot{\xi}_s + \omega_s^2\xi_s = \frac{Q_s}{M_s} \tag{2}$$

$$M_s = mY_s^2 + J\Theta_s^2 \tag{3}$$

ここに、m, J は構造物のモード質量、重心回りのモード慣性モーメント、ω_s, h_s は s 次の固有円振動数、減衰定数である。



(a) 構造物（平面図）

(b) ダンパーの設置

図－1　構造物-ダンパー系

また、Q_s は s 次の一般力で、次式のように表される。

$$\begin{aligned} Q_s &= -mY_s\ddot{\phi} + m_a(2h_an_a\dot{\eta}_a + n_a^2\eta_a)Y_s \\ &\quad + m_b(2h_bn_b\dot{\eta}_b + n_b^2\eta_b)(Y_s - a\Theta_s) \end{aligned} \tag{4}$$

ここに、m_a, h_a, n_a, 及び m_b, h_b, n_b は、図-1(b) に示すダンパー a 及び b の質量、減衰定数、固有円振動数である。また、a は重心 O とダンパー b との間の距離である。さらに、η_a, η_b はダンパー a,b の基準座標であり、それらは次の振動方程式を満たす。

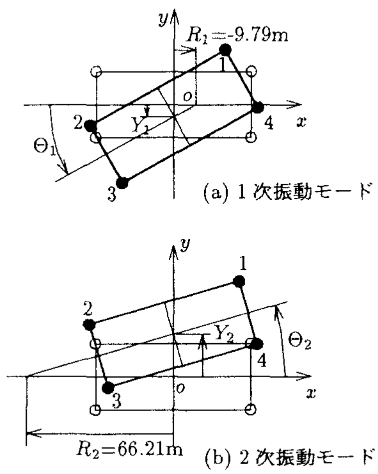
$$\ddot{\eta}_a + 2h_an_a\dot{\eta}_a + n_a^2\eta_a = -(\ddot{y} + \ddot{\phi}) \tag{5}$$

$$\ddot{\eta}_b + 2h_bn_b\dot{\eta}_b + n_b^2\eta_b = -(\ddot{y} - a\ddot{\theta} + \ddot{\phi}) \tag{6}$$

$\ddot{\phi}$ が与えられれば、式(1)～(6)から構造物の動的応答を求めることができる。さて、制震装置の設置を必要とするような構造物は、一般に減衰が小さいので、ここでは構造物の減衰定数を無視した場合について、構造物の調和振動入力に対する定常応答を求めることにする。いま、

$$\phi = \Phi e^{i\omega t} \quad , \quad \xi_s = \Gamma_s e^{i\omega t} \ , \ (s = 1, 2) \tag{7}$$

$$\eta_t = \Psi_t e^{i\omega t} \ , \ (t = a, b) \tag{8}$$



図－2　構造物系の振動モード

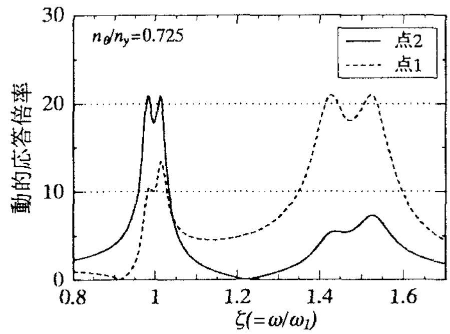
とおいて、式 (2)、(4)～(6) に代入し、Ψ_tを消去すれば、Γ_s に関する 2 元連立 1 次方程式が得られる。

1 次振動について　1 次振動においての応答は、図–**2(a)** に示すように点 2 あるいは 3 において最大となるので、点 2 における動的応答 $y_2^* = y - a\theta + \phi$ を求めればよいことになる。よって、点 2 における動的応答倍率は次式のように表される。

$$L_1(\zeta) = \frac{E_1\zeta^6 + E_2\zeta^4 + E_3\zeta^2 + E_4}{G_1\zeta^6 + G_2\zeta^4 + G_3\zeta^2 + G_4} \frac{+2ih_b\overline{\gamma_b}\zeta(F_1\zeta^4 + F_2\zeta^2 + F_3)}{+2ih_b\overline{\gamma_b}\zeta(H_1\zeta^4 + H_2\zeta^2 + H_3)} \qquad (9)$$

ここに、$\zeta = \omega/\omega_1$、振動数比 $\overline{\gamma_b} = n_b/\omega_1$である。$\zeta$=1 の近傍のみを考えるとして、この曲線が定点 A_1, A_2 を通ることを利用して（従来からよく知られた方法）、定点の横座標ζ_{A_1}, ζ_{A_2} を求める。この座標値を求めるには、$h_b = 0$ 及び $h_b = \infty$ としたときの動的応答倍率曲線の交点を求めればよい。交点を求める式は ζ^2 に関する 5 次の代数方程式になるが、近似的に 3 次以上の微小項を無視した 2 次方程式から求めることができる。次に、定点 A_1, A_2 における動的応答倍率の値を等しくするという条件式からμ_aが与えられれば最適振動数比 $\overline{\gamma_b}$ が得られる。最適減衰定数 h_b は、定点 A_1, A_2 において動的応答倍率曲線が極大値をとるという条件から求めることができる。

2 次振動について　2 次振動においての応答は、図–**2(b)** に示すように点 1 あるいは 4 において最大となるので、点 1 における動的応答 $y_1^* = y + a\theta + \phi$ を求めればよいことになる。1 次振動と同様に定点 B_1, B_2



図－3　動的応答倍率曲線

を通ることを利用して、最適振動数比 $\overline{\gamma_a}$、最適減衰定数 h_a を求めることができる。

最適質量比 μ_a について　最適な質量比を求めるには、1 次の点 A_1, A_2 及び 2 次の点 B_1, B_2の 4 点において応答倍率を等しくするように同調ダンパー a の最適質量比 $\mu_a(= m_a/m)$ を定めればよい。4 つの点の 2 つの組み合わせによる各点における応答倍率が等しいとして求めることができる。本論では、点 A_2 と点 B_2の組み合わせを採用した。最適質量比を求める式には、最適振動数比、A_2点の横座標ζ_{A_2} と B_2点の横座標ζ_{B_2}が含まれており、これらは最適質量比が既知でなければ得られない。本論では最適質量比を仮定し、その値が計算で求めた値とある精度内に収まるまで繰り返し計算を行って求めた。

3. 数値解析

数値解析例として水平振動に対するモード質量 $m = 2.0276\times10^4$t、モード並進ばね定数 k=8.6376×10^4 kN/m、捩れ振動に対するモード慣性モーメント $J = 1.3142 \times 10^7$t·m^2、モード回転ばね定数 k_θ=0.2946×10^8kN·m/rad、構造物の質量に対する同調系ダンパーの総質量比は $\mu = 0.01$ 、構造物の重心 O とダンパー b 間の距離は a =35m とした。n_θ/n_y=0.725、構造物系の 1 次の固有円振動数 ω_1= 1.4436 rad/sec、2 次の固有円振動数 ω_2=2.1406 rad/sec、ω_2/ω_1=1.4826 が得られた。図–**2** に構造物系の振動モードを、図–**3** に動的応答倍率曲線を示す。最適質量比 μ_a=0.00938、最適振動数比 $\overline{\gamma_a}$=0.9897、$\overline{\gamma_b}$=0.9962、最適減衰定数 h_a=0.0548、h_b=0.0245 が得られた。

[参考文献] 1) 高西・園田：並進と捩れ振動を行う構造物に設置した同調系ダンパーの最適動特性値、土木学会論文集 No.654/I-52,pp153-165,2000.7。