

水平加振を受ける偏心円筒二重槽タンク内容液の振動解析法

正会員 高 西 照 彦

九州産業大学工学部 正会員 水 田 洋 司

新日本製鐵 正会員 川 口 周 作

1. まえがき 既設の水道用円筒形配水タンクに対して耐震補強と容量の増加を目的として、その外側周りにさらに円筒形タンクを築造し、全体として二重槽タンク(図-1)を構成して使用に供する場合がある。このとき二重槽タンクの内槽と外槽の中心が一致せず偏心がある場合に、それが地震による水平振動を受けたとき、その内容液の動的挙動を明らかにすることは、この種のタンクの耐震性を考える上に必要なことである。本論は、偏心円筒二重槽タンクが定常水平振動を受けたときの内容液の動的挙動を、双極座標変換と差分法を用いて理論解析を行い、その計算結果を振動台による振動実験によって得られた結果と比較することによって、理論解析法の有用性を示したものである。

2. 解析理論 二重槽タンクの内槽と外槽とに囲まれた内容液の運動を支配する方程式は、 φ を速度ポテンシャルとして次のラプラスの方程式で表される。

$$\partial^2 \varphi / \partial x^2 + \partial^2 \varphi / \partial y^2 + \partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0 \quad (1)$$

いま、図-2に示す様に、 xy 座標に変換

$\alpha + i\beta = \log\{[x + i(y+c)]/[x + i(y-c)]\}$ (2) を施し、双極座標 $\alpha\beta$ を用

いれば、式(1)は $h^2(\partial^2 \varphi / \partial \alpha^2 + \partial^2 \varphi / \partial \beta^2) + \partial^2 \varphi / \partial z^2 = 0$ (3)

と表される。ここに、 i は虚数単位、 $1/h$ は写像拡大率で

$h = (\cosh \alpha - \cos \beta) / c$ (4) 上式で c は図-2に示す様に y 軸上の定点 O_c

までの距離である。境界条件は (i) $\partial \varphi / \partial z = 0$, ($z = -H$) (5)

(ii) $h(\partial \varphi / \partial \alpha) = -\dot{y}(t) \cos \Theta$, ($\alpha = \alpha_{a,b}$, $\Theta = \Theta_{a,b}$) (6)

(iii) g を重力の加速度として $\partial^2 \varphi / \partial t^2 + g(\partial \varphi / \partial z) = 0$, ($z = 0$) (7)

いま、式(1)の解を $\varphi = \varphi_A(\alpha, \beta) + \varphi_B(\alpha, \beta, z)$ (8) と置き、 φ_A は

$\partial^2 \varphi_A / \partial \alpha^2 + \partial^2 \varphi_A / \partial \beta^2 = 0$ (9)

$h(\partial \varphi_A / \partial \alpha) = -\dot{y}(t) \cos \Theta$, ($\alpha = \alpha_{a,b}$, $\Theta = \Theta_{a,b}$) (10)

を満足する様に定め、 φ_B は $h^2(\partial^2 \varphi_B / \partial \alpha^2 + \partial^2 \varphi_B / \partial \beta^2) + \partial^2 \varphi_B / \partial z^2 = 0$ (11),

$\partial \varphi_B / \partial \alpha = 0$, ($\alpha = \alpha_{a,b}$) (12) $\partial \varphi_B / \partial z = 0$ ($z = -H$) (13)

$\partial^2 \varphi_B / \partial t^2 + g(\partial \varphi_B / \partial z) = -\partial^2 \varphi_A / \partial t^2$, ($z = 0$) (14) を満足する様に定める。

式(9),(10)を満たす φ_A は $\varphi_A = (\sinh \alpha / h - c) \dot{y}(t)$ (15) で与えられる。 φ_B については、式(13)の条件

を満たす解を $\varphi_B = \sum_{m=1}^{\infty} D_m \phi_m(\alpha, \beta) \cosh \xi_m(z+H) T_m(t)$ (16) と置けば、 ϕ_m は式(11)から

$h^2(\partial^2 \phi_m / \partial \alpha^2 + \partial^2 \phi_m / \partial \beta^2) + \xi_m^2 \phi_m = 0$ (17)

を満たすように定め、また、定数 D_m を式(14)の条件を考慮して

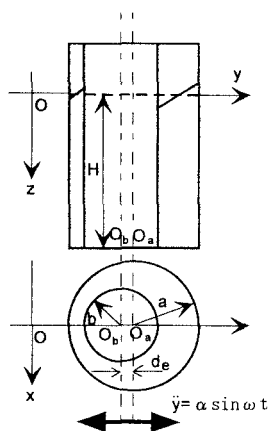


図-1 偏心二重槽円筒タンク

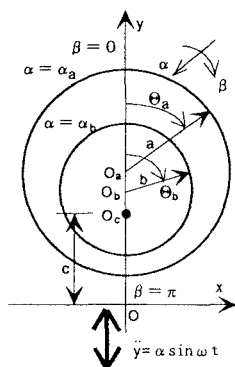


図-2 双極座標

$$\sum_{m=1}^{\infty} D_m \phi_m(\alpha, \beta) = g(\sinh \alpha / h - c) / 2 \quad (18)$$

が成立する様に定めれば、 T_m は減衰項を考慮して

$$\ddot{T}_m + 2h_m \omega_m \dot{T}_m + \omega_m^2 T_m = -\{2/(g \cosh \xi_m H)\} \ddot{y} \quad (19) \quad \text{を満足する様に定めればよいことになる。}$$

上式で、 ξ_m はm次の固有値を表し、 ω_m は内容液のm次の固有円振動数で、 ξ_m を用いて

$$\omega_m^2 = g \xi_m \tanh \xi_m H \quad (20) \quad \text{によって与えられる。} \quad \phi_m \text{ と } \xi_m \text{ は式(17)と式(12)から得られる}$$

$$\partial \phi_m / \partial \alpha = 0, \quad (\alpha = \alpha_{a,b}) \quad (21) \quad \text{を用いて定めればよい。}$$

さて、式(17)と(21)を満たす ϕ_m の解析解を求めることは簡単ではないので、本論ではそれを差分法を用いて求めることにした。

ϕ_m と ξ_m が得られれば、内容液の波高 η と動水圧応答 σ は次式によって与えられる。

$$\eta = -(\partial \phi / \partial t) / g, \quad (z=0) \quad (22) \quad \sigma = -\rho(\partial \phi / \partial t) \quad (23)$$

3. 実験結果及び理論値との対比 実験に用いた二重槽タンクは厚さ1 cmの亚克力製で、内槽の外径が0.3 m、外槽の内径が0.39 m、高さが0.8 mである。内容液としては水を用い、水深は0.5 mとした。偏心距離を0.04 mにとり、二重槽タンクを振動台上に固定して偏心方向に加速度振幅2 galで調和加振を行い、加振振動数間隔0.02 Hz毎に振動方向のタンク壁面上の動水圧を計測して、その共振曲線を求めた。計測位置は水面下0.1, 0.3, 0.5 mの3箇所である。加振振動数の範囲は0.5~1.1 Hzである。この振動数範囲においては亚克力製タンクは剛だと考えてよい。また、共振点に於いて減衰自由振動実験を行って、内容液の固有振動数と減衰定数を求めた。得られた固有振動数は0.83 Hz、減衰定数は0.006~0.009であった。一方、理論解析によって得られた固有振動数は0.82741 Hzであり、両者はよく一致している。数値計算に際して差分法で採用した分割数は α 方向に7等分、 β 方向に19等分である。次に、水面下0.3 mにおける動水圧強度の共振曲線を図-3, 4に示す。図-3, 4はいずれも外槽の内壁面上で水面下3 cmにおける動水圧強度の共振曲線であるが、図-3は内壁との間隔が広い方のものであり、図-4はそれが狭い方のものである。両図を比較するとそのピーク値について後者の動水圧強度の方が約1.5倍程度大きいことがわかる。図-3については実験値と理論値はよく一致しているといえるが、図-4については実験値の方が理論値より多少大きくなっている。採用した減衰定数の値によって理論値はかなり大きな影響を受けることを考慮すれば、理論計算の結果は実験結果と比較的よく一致しているといえよう。このことから、本論の解析法の有用性が示されたといってもよいであろう。なお、本論で示した解析法に従えば、深さ方向(z方向)を分離することによって、平面状(2次元)の差分方程式を解くだけで、偏心のある円筒二重槽タンク内容液の3次元動的挙動を明らかにすることができるので、計算に要する時間が少なくて済むことになる。

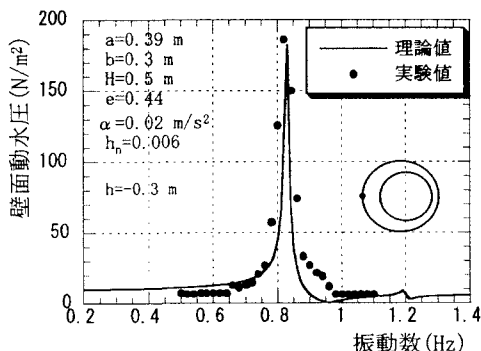


図-3 外槽タンクの壁面動水圧強度応答 (1)

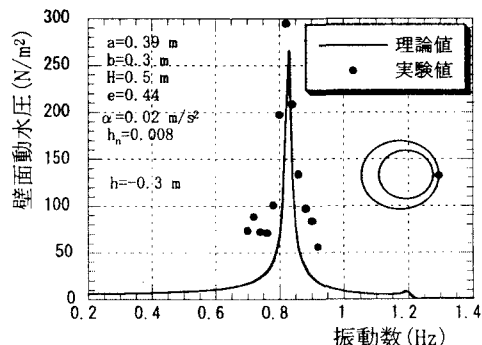


図-4 外槽タンクの壁面動水圧強度応答 (2)