

多自由度非線形系におけるレーリー減衰の設定法に関する一考察

九州大学大学院 学生員 ○山田純司 九州大学大学院 正会員 松田泰治
九州大学大学院 フェロー 大塚久哲 九州大学大学院 学生員 池田征司

1. はじめに

減衰マトリクスの設定方法の違いが非線形動的解析結果に及ぼす影響が大きいことは既往の様々な研究¹⁾で指摘されている通りである。本研究では、レーリー減衰、モード減衰と等価な減衰行列(ひずみエネルギー比例型)の各減衰モデルを用いた場合について動的解析結果の比較を行い、それぞれの減衰モデルで応答が大きく異なる原因について分析を行った。そしてレーリー減衰を設定する際の留意点を示した。

2. 解析モデルおよび解析方法

Ⅱ種地盤A地域の、ゴム支承を用いて地震時水平力分散構造とした5径間鋼桁橋のうち一本の橋脚に着目し、これを検討対象とした。図-1にその構造概要および解析モデルを示す。桁は重心位置で集中質量によりモデル化し、フーチングを含むRC橋脚は二次元はり要素でモデル化し、その質量は節点に集中質量として考慮した。橋脚基部は非線形はり要素で、橋脚のその他の部分は線形はり要素とした。はり要素の非線形性は武田モデルで考慮した。ゴム支承は線形の水平ばねでモデル化し、フーチング下端には地盤ばねを考慮した。減衰定数はゴム支承の水平ばねを2%、地盤ばねを20%とした。橋脚部分のはり要素に対する減衰定数は基部の非線形はり要素が2%、その他の線形はり要素を5%とした。

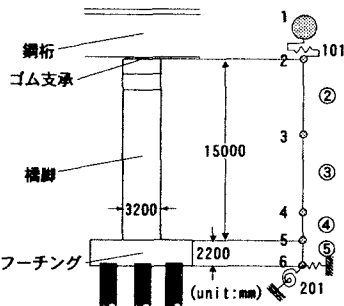


図-1 解析モデル

表-1 固有値解析結果

次数	固有周期 (s)	固有振動数 (Hz)	有効質量比 (%)	減衰定数 (%)
1	1.22	0.819	52	0.0675
2	0.387	2.59	26	0.129
3	0.0889	11.2	21	0.144
4	0.0329	30.4	1	0.0968

表-1にこのモデルに対する固有値解析結果を示す。レーリー減衰で基準モードを1次と2次の固有モードとしたものを[タイプ1]、レーリー減衰で基準モードを1次と4次の固有モードとしたものを[タイプ2]、そしてモード減衰と等価な全体減衰行列(ひずみエネルギー比例型)を用いたものを[タイプ3]とする3タイプの減衰マトリクスを設定した。図-2は[タイプ1]、[タイプ2]における固有振動数と減衰定数の関係を表したものである。[タイプ1]は3次モード以上の高振動数領域の減衰定数が過大となっているタイプ、[タイプ2]は3次モード以上の高振動数領域の減衰定数を小さめに設定しているタイプである。入力地震波は、周期が1.3秒、最大加速度がそれぞれ20gal、50gal、200galの3つの正弦波を設定した。ここで、20gal正弦波は橋脚基部が線形挙動、50gal正弦波は弱非線形挙動、200gal正弦波は強非線形挙動となることを想定している。本分析では表-2に示すように全9ケースについてケーススタディを行った。

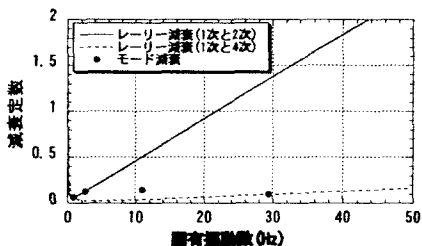


図-2 固有振動数と減衰定数の関係

表-2 解析ケース

検討 ケース	入力正弦波の 最大加速度	減衰マトリクス の設定方法
case1	20gal (線形)	[タイプ1]:レーリー(1次と2次)
case2		[タイプ2]:レーリー(1次と4次)
case3		[タイプ3]:全モード減衰
case4	50gal (弱非線形)	[タイプ1]:レーリー(1次と2次)
case5		[タイプ2]:レーリー(1次と4次)
case6		[タイプ3]:全モード減衰
case7	200gal (強非線形)	[タイプ1]:レーリー(1次と2次)
case8		[タイプ2]:レーリー(1次と4次)
case9		[タイプ3]:全モード減衰

3. 動的解析結果

表-3は各解析ケースにおける最大応答値を示したものである。線形挙動時はcase1～case3のどの設定方法を採用しても最大応答は同様なものとなっている。弱非線形挙動時にはcase4、case6、case5の順に橋脚部分の最大応答は大きくなっている。強非線形挙動時にはcase7、case9、case8の順に橋脚部分の最大応答は大きくなっている。図-3～図-5は橋脚のはり要素の材端モーメント分布を示したものである。case1～case3では材端モーメントの分布曲線が連続となっており、各ケース間でよく一致している。case4では材端モーメントの分布曲線が節点4と節点5で不連続となっており、case5、case6では連続となっている。

また, case5とcase6とでは材端モーメントの分布曲線がよく一致している. case7, 8では材端モーメントの分布曲線が節点4と節点5で不連続となっており, case9では連続となっている. また, case7における節点の上下の材端モーメントの差はcase8と比較して大きい.

4. 結果の分析

非線形挙動時に[タイプ1]と[タイプ3]で橋脚部分の最大応答が大きく異なる原因として, 3次モード以上の高振動数領域の減衰定数が大きく異なることが考えられる. 非線形挙動時には剛性の急変により高次モードが励起され, 応答は大きくなる. 3次以上のモードの減衰定数を過大に評価している[タイプ1]ではその影響で大きな減衰力が作用するのに対し, 全モードの減衰定数を正確に評価した[タイプ3]では高次モードを表現できており, 両者の応答は大きく異なる.

レーリー減衰では式(1)に示すように質量マトリクスと剛性マトリクスにそれぞれ係数 α , β をかけたものの線形和で減衰マトリクスを構成している. 今回, 回転慣性は考慮しておらず, 回転方向の減衰マトリクスは回転方向の剛性マトリクスに係数 β をかけたもののみで構成されている. 回転方向の減衰マトリクスと上下の節点間の相対回転角速度との積が回転方向の減衰力として橋脚部分の節点には作用しており, この減衰力は節点の上下の材端モーメントの差と一致している. 強非線形挙動時に[タイプ1], [タイプ2], [タイプ3]で材端モーメントの分布曲線が大きく異なる原因は, レーリー減衰ではり要素が非線形領域に入り, はり要素の上下の節点間の相対回転角速度が増加することで, それに比例した減衰力が作用することにある. はり要素の上下の節点間の回転角速度差は非線形化の程度と比例する. そのため, 節点の上下のはり要素の材端モーメントの差は非線形化の程度と比例している. また, レーリー減衰を設定する際の基準振動数 f_1 , f_2 の差が小さく, 減衰定数 h_1 に対し h_2 が相対的に大きい[タイプ1]では係数 β は0.0146と大きく, 基準振動数 f_1 , f_2 の差が大きい[タイプ2]では係数 β は0.00103と小さい. そのため[タイプ1]では節点4と節点5の上下の材端モーメントの差は大きく, [タイプ2]ではそれは小さい.

5. まとめ

レーリー減衰の設定で基準振動数 f_1 , f_2 の差が小さく, なおかつ減衰定数 h_1 , h_2 の差が大きいケースでは, 非線形挙動による高振動数成分を正確に表現できない上に, モデル化の際に想定していない減衰力が節点に作用することを確認した. 通常の耐震設計で対象とされる30~50Hzまでの振動数領域において減衰定数とモード減衰定数との間で著しい差が生じないように基準振動数 f_2 と減衰定数 h_2 を設定することが望ましい.

参考文献

1) (財)土木研究センター: 耐震設計ソフトウェアに関する研究委員会報告書, 1999.

表-3 各ケースの最大応答値の比較

検討 ケース	挙動	橋脚頂部		析		橋脚基部の 最大曲率と 降伏曲率 との比
		最大加速 度(m/s ²)	最大変位 (m)	最大加速 度(m/s ²)	最大変位 (m)	
case1	線形	0.506	0.0153	1.33	0.0508	0.0511
case2		0.508	0.0153	1.33	0.0508	0.0511
case3		0.506	0.0153	1.33	0.0508	0.0512
case4		1.25	0.0399	3.20	0.125	0.314
case5	弱非線形	1.57	0.0420	3.12	0.125	0.393
case6		1.33	0.0410	3.18	0.126	0.374
case7		3.41	0.137	9.02	0.369	3.182
case8		5.27	0.176	6.81	0.302	6.909
case9	強非線形	4.45	0.175	6.64	0.305	6.873

$$C = \alpha M + \beta K \quad (1)$$

C: 減衰マトリクス

M: 質量マトリクス

K: 剛性マトリクス

$$\alpha = \frac{4\pi f_1 f_2 (f_1 h_2 - f_2 h_1)}{f_1^2 - f_2^2}$$

$$\beta = \frac{f_1 h_1 - f_2 h_2}{\pi(f_1^2 - f_2^2)}$$

f_1, f_2 : 基準振動数

h_1, h_2 : 基準減衰定数

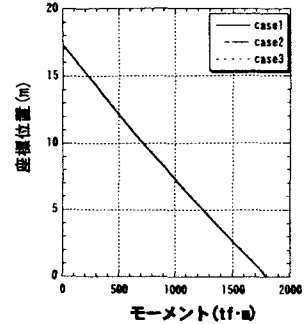


図-3 はり要素の材端モーメント分布(線形)

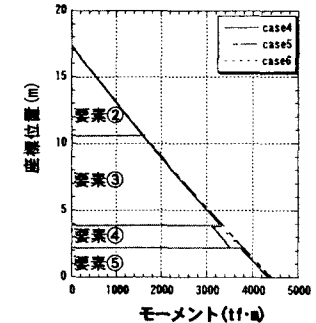


図-4 はり要素の材端モーメント分布(弱非線形)

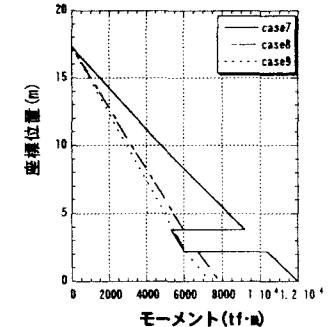


図-5 はり要素の材端モーメント分布(強非線形)