二次元重み付差分法による傾斜水路模型の潮流解析

九州産業大学 学員 ○ 中村直史 九州産業大学 正員 加納正道
東和大学 正員 空閑幸雄 九州産業大学 正員 赤坂順三
九州産業大学 学員 星澤宏之

1. まえがき

筆者らは、重み付差分法(WFDM)による潮流解析が傾斜水路模型実験結果とよく一致することを発表したが、今津湾水理模型(図1)におけるWFDMの適用では、格子と交差する流速成分がうまく再現されず模型実測値よりも小さな値が得られた。そこで、今回はその問題を解決すべく今津湾等の実海域を比較的取り扱い易い形で理想化した傾斜水路模型において、異形格子を用いることにより生じてくる格子と直交しない微分項の演算方法や境界条件の与え方を吟味した二次元重み付差分法による潮流解析を行い、その計算値を模型実験結果と比較する。

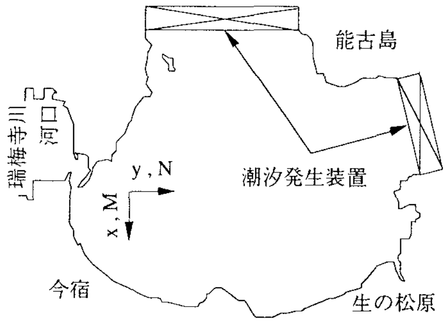

図1 今津湾水理模型実験装置

2. 傾斜水路模型装置

今津湾を理想化した傾斜水路模型装置を図2に示す。この装置は幅0.33 m、長さ5.03 mの水路に海底の平均勾配を想定した1/25の傾斜を設け、潮汐変動は流入、流出専用の2台のポンプの流出入量の時間変化を与えることで行う。1周期の潮汐変化時間は今津湾模型の相似律と同じ450secである。

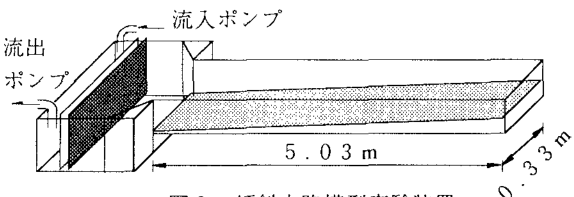

図2 傾斜水路模型実験装置

3. 基礎方程式および解析方法

潮流の基礎方程式は2次元浅海流方程式(1)(式(1)にx方向のみ示す)および連続の式(2)を用い、x, y方向の線流量M, Nおよび潮位ζの三つを未知量としてWFDMにより解析する。異形格子で傾斜水路を水平方向について2次元的に離散化した一例を図3に示す。重み付差分モデルは、流れや境界の状態および期待する解析精度などを考慮することで、種々考え得るが、図4に異形格子を用いた場合(この場合、歪み率(α, β)が場所により異なる)における陽形式重み付差分モデル(x方向計算時のみを表示)の一例を示す。

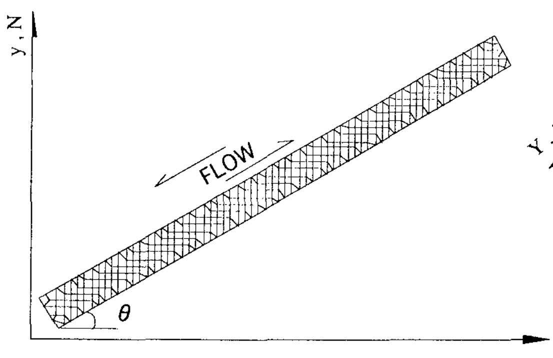

図3 傾斜水路格子分割図

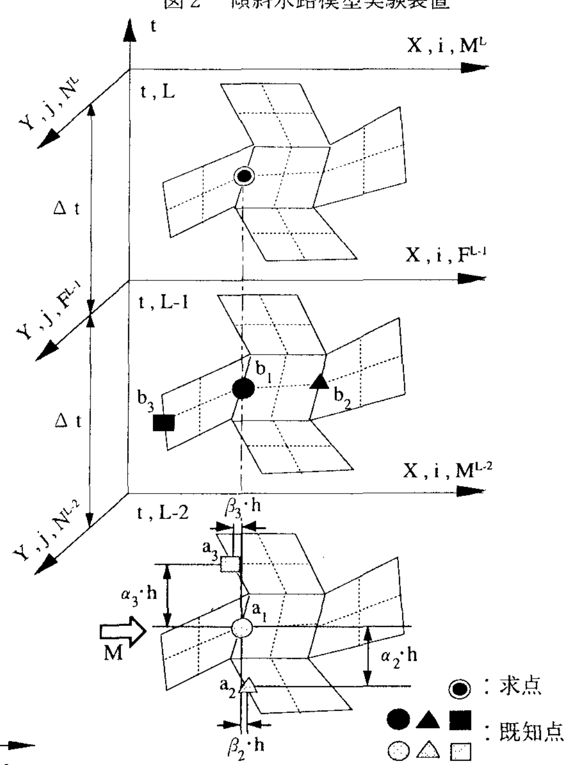

図4 多段階陽形式重み付差分モデル

次に解析手法として、式(1)の右辺については、求めるMを含むが、前時間のMを与え非同次項と考える。式(1)の非同次項をゼロとする同次式を陽形式差分モデル(図4)を用いて同次形WFDM式(3)が得られる。式(3)の重みa_1,a_2,a_3は基礎式の同次形を満足する多項式(4)において、r=0,1,2とおいて得られる三個のMを同次形WFDM式(3)に代入して得られる連立一次方程式を解くことで導かれる。次に式(1)の右辺をゼロとしない非同次式を満足するように、差分モデルを用いて非同次形WFDM式(5)が定まる。式(5)の重みb_1,b_2,b_3は非同次式を満たすM_PとF_Pを組み合わせた多項式(6)においてP=1,2,3とおいて得られる値と同次計算における連立一次方程式から求めたa_1,a_2,a_3を式(6)に代入して得られる連立1次方程式を解くことで導かれる。以上の手順から、Mに関する重み付差分式(5)が定まる。

$$\frac{\partial M}{\partial t}+\frac{M}{h+\zeta}\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{N}{h+\zeta}\frac{\partial M}{\partial y}-\varepsilon\left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 M}{\partial y^2}\right)= -g(h+\zeta)\frac{\partial \zeta}{\partial x}-\frac{{\gamma_b}^2}{(h+\zeta)^2}M\sqrt{M^2+N^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}=0 \quad (2)$$

$$M(i,j,L)=a_1\cdot M(i,j,L-2)+a_2\cdot M(i,j+1,L-2) +a_3\cdot M(i,j-1,L-2) \quad (3)$$

$$M^{(r)}(x,y,t)=\sum_{i=0}^{\frac{r}{2}}\left[\left\{\frac{x^{r-2i}}{(r-2i)!}+\frac{y^{r-2i}}{(r-2i)!}\right\}\cdot\frac{(\varepsilon t)^i}{i!}\right] \quad (4)$$

$$\begin{aligned}M(i,j,L)&=a_1\cdot M(i,j,L-2)+a_2\cdot M(i,j+1,L-2)\\&+a_3\cdot M(i,j-1,L-2)+b_1\cdot F(i,j,L-1)\\&+b_2\cdot F(i+1,j,L-1)+b_3\cdot F(i-1,j,L-1)\end{aligned} \quad (5)$$

$$\left|\begin{aligned}M_P&=-\sum_{i=0}^{\frac{P}{2}}\left[\left\{\frac{x^{P-2i}}{(P-2i)!}+\frac{y^{P-2i}}{(P-2i)!}\right\}\cdot\frac{\varepsilon^i t^i}{i!}\right]\\F_P&=-\sum_{i=0}^{\frac{P}{2}}\left[\left\{\frac{x^{P-2-2i}}{(P-2-2i)!}+\frac{y^{P-2-2i}}{(P-2-2i)!}\right\}\cdot\frac{\varepsilon^{i+1}\cdot t^i}{i!}\right]\end{aligned}\right. \quad (6)$$

4. 境界条件

連続の式(2)において水陸境界上のM、Nはゼロとする。運動方程式に関しては、水陸境界上の流速をゼロとし、また未知点については鏡像の原理を応用し解析を行っている。

5. 非同次項と連続式における微分項

運動方程式の左辺では、WFDM差分モデルで取り扱う。また、非同次項や連続の式中では、$\partial\zeta/\partial x$，$\partial M/\partial x$，$\partial N/\partial y$などの微分項を陽的に求める必要が生じる。これらを陽的に微分を行う際に、物理性を明確にするため用途に応じた格子点を配置し、1次または、2次のアイソパラメトリック要素に基づいた解析を行っている。

6. WFDM解と実測値の比較

異形格子を用いた陽形式二次元WFDMによる解析結果の一部を図5にまた流速ベクトルを図6に示す。これらのWFDM解は模型実験値の再現性が良好で高精度の解析結果が得られた。

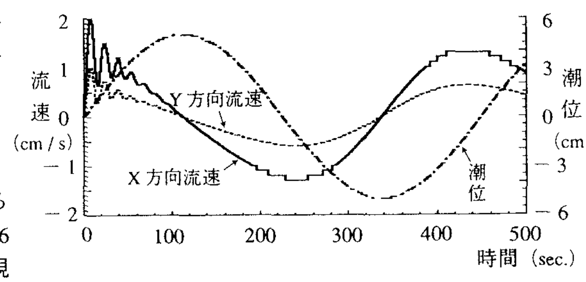

図5　2次元WFDMによる潮位・流速解

7. むすび

今回の傾斜水路模型解析における検討による実験流速の再現性は良好であり、潮流の2次元解析において重み付差分法の有効性を示した。実海域での解析において、異形格子を用いることで境界条件などがより自然に表現され、高精度な解析が期待できると考え、今後は、今津湾模型解析にWFDMを適応させ、更に様々な海域の潮流解析を行いたいと考えている。

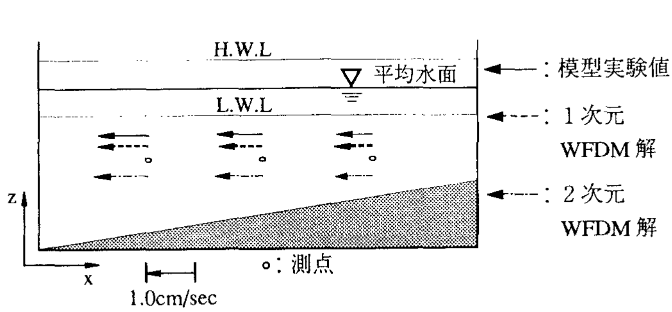

図6　傾斜水路模型流速ベクトル（満潮から干潮）

参考文献　1) 加納、赤坂、久田見、安武：博多湾西部海域潮流解析への重み付差分法の適用
（平成8年度土木学会西部支部研究発表会講演概要集）
2) 加納、赤坂、空閑、中村：異形格子を用いた二次元重み付差分法による傾斜水路潮流解析
（土木学会 第55回年次学術講演会講演概要集 第2部）