

拡張型 Boussinesq 方程式に基づく流れ場における孤立波伝播の数値解析

長崎大学工学部 学生会員 上野 茂俊
 長崎大学工学部 正会員 モハマド モヒウディン

長崎大学工学部 フェロー 富樫 宏由
 長崎大学工学部 平山 康志

1. 序 論

波・流れ相互干渉の現象は、波伝播特性、流れの方向および海洋構造物に作用する外力等に強く影響する浅海域において最も重要である。従来の研究の殆どは、規則波と流れの相互干渉、波進行方向と逆向き流れ場における砕波、境界層の内側と外側における流れの鉛直分布、底面せん断応力と摩擦係数の決定等に限定されている。しかし、流れ場における孤立波の伝播については海岸工学分野においてまだ触れられていない課題である。過去の様々な研究は流れ場がない場合の孤立波の伝播に関する研究だけである。従って本研究は、孤立波の波特性に対する流れの影響に注目し、流れ場における孤立波の挙動を調べる事を目的として、孤立波の伝播について拡張型 Boussinesq 方程式によって数値シミュレーション解析を行う。そのために先ず、解析領域における水面波形と波速を理論的に導く。尚、数値解析は図-1に示す解析領域において行う。

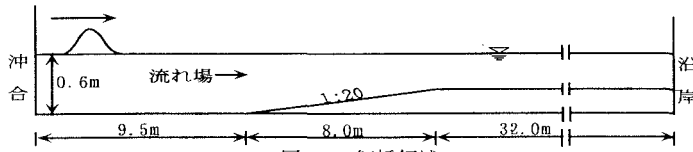


図-1 解析領域

2. 理論展開

全水深に亘って深さ方向に積分した1次元拡張型 Boussinesq 方程式は(M.Mohiuddin 等,1999)、以下のようである。

$$\frac{\partial \bar{S}}{\partial T} + \frac{\partial \bar{P}}{\partial X} = 0 \quad , \quad \bar{P} = \int_{-h}^{\bar{S}} u dz \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial T} + \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{P}^2}{d} \right) + gd \frac{\partial \bar{S}}{\partial X} - h^2 \left(B + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial^3 \bar{P}}{\partial X^2 \partial T} - Bgh^3 \frac{\partial^3 \bar{S}}{\partial X^3} = \frac{\partial h}{\partial x} \left(\frac{1}{3} h \frac{\partial^2 \bar{P}}{\partial X \partial T} + 2Bgh^2 \frac{\partial^2 \bar{S}}{\partial X^2} \right) \quad (2)$$

ここで d は全水深、 h は流れがあるときの水深、 \bar{S} は水面変動、 \bar{P} は水粒子速度 u を全水深で深さ方向に積分した流量、 g は重力加速度、 B は curve fitting parameter($=1/15$)である。一様流れを導入する場合、 U は \bar{P} の中に入ってくる。 \bar{S}, X, T を無次元化し、 \bar{P} を速度ポテンシャル Φ で定義してこれも無次元化して ϕ で表わすと、式(1),(2)は式(3),(4)となる。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (3) \quad , \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} + \delta \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + S - \left(B + \frac{1}{3} \right) \gamma^2 \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^2 \partial t} - B\gamma^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = 0 \quad (4)$$

さらに、 $\gamma = kh$ 、 $\delta = \frac{A}{h}$ であるとし、式(3),(4)から S を消去すると式(5)を得る。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = -\delta \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(B + \frac{1}{3} \right) \gamma^2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial t^2} - B\gamma^2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} \quad (5)$$

次に $\phi = f(\xi)$ 、 $\xi = x - ct$ と置いて、式(3)を変形すると、拡張型 Boussinesq 方程式を用いることによって求められた孤立波の波速と水面波形の式(6),(7)を得る。

$$\bar{c} = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{A}{h} \right) \quad (6) \quad , \quad \bar{S} = A \operatorname{sech}^2 \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{A}{h^3} \right)^{\frac{1}{2}} (X - \bar{c}T) \right\} \quad (7)$$

3. 数値解析

連続方程式(1)と運動方程式(2)は、修正 Dronkers スキームを使用して共に離散化され、その差分方程式は2つの異なった時間レベルで P と S を定義することによって定式化される。 $t = (n + 1/2)\Delta t$ 時間レベルで計算された P の値は一系列の代数方程式を形成するので、大きなマトリックスを解く代わりに2重掃き出し法が用いられる。もし Boussinesq 補正項 $\partial^3 S / \partial x^3$ がスキームの中に陰的に含まれてくると、運動方程式の差分方程式は3重対角系にすることが出来なくなる。従って、水面変動の3次の偏微分 $\partial^3 S / \partial x^3$ (Boussinesq

補正項)は水表面曲率の項で離散化され、それをさらに離散化する事なしに、直接的に $\partial^2 S/\partial x^2$ を得るために3次のスプライン補間法を採用した。

4. 計算結果及び考察

入射波の振幅及び流れ場の流速を変化させて、図-1の解析領域の傾斜面上の部分における孤立波の波速について調べた。振幅は0.05m, 0.075m, 0.10m、流速は流れがない場合と、同一方向流れ、逆方向流れの場合に対して共にU=0.0m/s, 0.15m/s, 0.25m/sと変化させた。図-2は、振幅0.05mの入射波の波速を比較している。

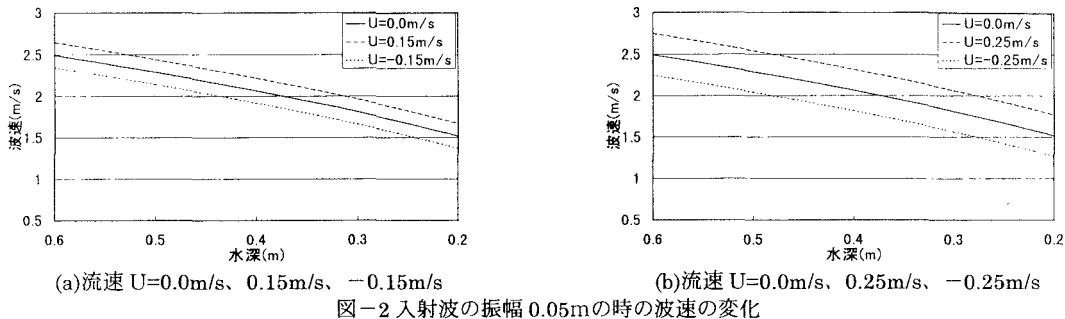


図-2の(a),(b)は波が浅海域に伝播するにつれて、波速が次第に減少することを示している。流れが変化すると波速も変化しており、流れの強さ、向きの変化は波速の変化を表わしている。

図-1に示す解析領域において、入射波の振幅及び流速を変化させて5.0秒後、8.75秒後、12.5秒後、16.25秒後における波形について調べた。振幅は0.05m, 0.075m, 0.10m、流速は流れがない場合と、同一方向流れ、逆方向流れの場合に対して共にU=0.0m/s, 0.15m/s, 0.25m/sと変化させた。図-3は、振幅0.075m、流速U=0.0m/s, 0.25m/s, -0.25m/sで、5.0秒後と12.5秒後における波形について比較している。

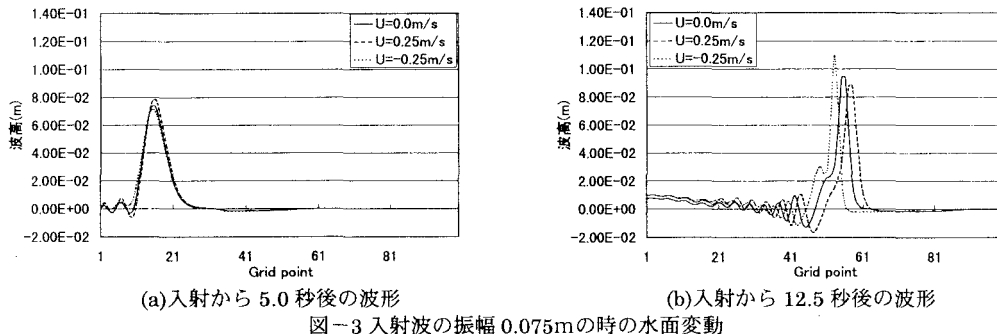


図-3のGrid pointは図-1の解析領域を100分割していることを表わしており、1pointは0.5mである。よって図-1の1/20の傾斜部分はpoint21~36の区間にある事が分かる。振幅0.075mで入射した孤立波は浅海域に伝播するにつれ波高が増幅し、同一方向流れの場合よりも逆方向流れの方が波高は高くなっていく。また、傾斜面上の部分で同一方向流れ場と逆方向流れ場における孤立波の波速の違いは、波が進むにつれて顕著に表れている。

5. 結論

Madsen等によるBoussinesq方程式に一樣流れを導入した拡張型Boussinesq方程式を用いることにより、流れ場における孤立波伝播の数値解析モデルを提示した。その結果、波速は同一方向流れ場で増加し逆方向流れ場では減少する。波高は、同一方向流れ場では減少し逆方向流れ場では増加する。いずれの現象も流れの向き、強さに大きく影響している事がわかった。

参考文献

1) M.Mohiuddin等(1999): 傾斜海底地形上における波・流れ相互干渉のモデル構築, 海岸工学論文集, 第46巻, pp.71-75