

漸拡・漸縮幅水路における自由表面流の数値シミュレーション

九州工業大学大学院 学生員 ○重枝 未玲
九州工業大学工学部 正 員 秋山 壽一郎

1. はじめに

近年、河道での流況予測や市街地での洪水氾濫予測などの複雑な境界形状を有する流れ場に適用可能な数値シミュレーションモデルが求められている。本研究は、著者ら¹⁾のモデルをベースとした非構造格子による有限体積法とFDSに基づく新たな数値モデルを構築し、複雑境界形状を有する流れ場の中で最も基本的な漸拡・漸縮幅水路における定常・非定常流の実験に適用することで本数値シミュレーションモデルの検証を行なったものである。

2. 基礎方程式

基礎方程式は式(1)の2次元浅水流方程式である。ここに、 $\mathcal{F} = (E, F)$; $U = (h, uh, vh)^T$; $E = (uh, u^2h + \frac{1}{2}gh^2, uvh)^T$; $F = (vh, uvh, v^2h + \frac{1}{2}gh^2)^T$; $S = (0, -gh(S_{ox} - S_{fx}), -gh(S_{oy} - S_{fy}))^T$, h は水深, u と v はそれぞれ x と y 方向の流速, g は重力加速度, S_{ox} と S_{oy} はそれぞれ x と y 方向の河床勾配, S_{fx} と S_{fy} はそれぞれ x と y 方向の摩擦勾配である。 S_{fx} , S_{fy} はそれぞれ $S_{fx} = n^2u\sqrt{u^2+v^2}/h^{4/3}$, $S_{fy} = n^2v\sqrt{u^2+v^2}/h^{4/3}$ で評価する。 n はマンニングの粗度係数である。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot \mathcal{F} + S = 0 \quad (1)$$

$$U_i^{t+\Delta t} = U_i^t - \frac{\Delta t}{S_i} \left(\sum_{l=1}^{N_e} (L_{il}(F_{il}^* \cdot n_{il})) + \sum_{l=1}^{N_e} S_{il}^{*-} \right) \quad (2)$$

$$F_{il}^* \cdot n_{il} = \frac{1}{2}(\mathcal{F}_i + \mathcal{F}_l) \cdot n_{il} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 (\tilde{\alpha}^j \Psi(\tilde{\lambda}^j) \tilde{e}^j)_{il} \quad (3)$$

$$S_{il}^* = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \left((\tilde{\beta}^j \tilde{e}^j)_{il} - (\tilde{\beta}^j \frac{\Psi(\tilde{\lambda}^j)}{\tilde{\lambda}^j} \tilde{e}^j)_{il} \right) \quad (3)$$

$$\tilde{u} = \frac{\sqrt{h_i}u_i + \sqrt{h_l}u_l}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_l}}; \tilde{v} = \frac{\sqrt{h_i}v_i + \sqrt{h_l}v_l}{\sqrt{h_i} + \sqrt{h_l}}; \tilde{c} = \sqrt{g \frac{h_i + h_l}{2}} \quad (4)$$

$$\Psi(\tilde{\lambda}^j) = \begin{cases} |\tilde{\lambda}^j| & \text{if } |\tilde{\lambda}^j| \geq \frac{1}{2}\delta^j \\ \frac{(\tilde{\lambda}^j)^2}{\delta^j} + \frac{1}{4}\delta^j & \text{if } |\tilde{\lambda}^j| < \frac{1}{2}\delta^j \end{cases} \quad \delta^j = \max(0, 4\Delta\lambda^j) \quad (5)$$

3. 数値モデル

FVM(Finite Volume Method)に基づくFDS(Flux Difference Splitting) schemeを式(2)に示す。ここに、 t は時間ステップ, i はセル番号, l は隣接する局所的セル番号, N_e はセルの接点数(3角形の場合 $N_e=3$)である。また、 Δt は時間の刻み幅, S_i はセル面積, L_{il} はセル境界線の長さ, n_{il} はセル境界における外向き法線ベクトルである。式(2)の $F_{il}^* \cdot n_{il}$ と S_{il}^* は数値流束と数値発生・消滅項であり、それぞれ式(3)で表される。ここに、 λ , e は流束ヤコビアン行列($A = \frac{\partial \mathcal{F} \cdot n}{\partial U}$)の固有値と左固有ベクトルでそれぞれ、 $\tilde{\lambda}^1 = \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y + \tilde{c}$, $\tilde{\lambda}^2 = \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y$, $\tilde{\lambda}^3 = \tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y - \tilde{c}$; $\tilde{e}^1 = (1, \tilde{u} + \tilde{c}n_x, \tilde{v} + \tilde{c}n_y)^T$, $\tilde{e}^2 = (0, -\tilde{c}n_y, \tilde{c}n_x)^T$, $\tilde{e}^3 = (1, \tilde{u} - \tilde{c}n_x, \tilde{v} - \tilde{c}n_y)^T$ で表される。 α は各波を横切った際の物理量の跳躍量であり、 $\tilde{\alpha}^1 = \frac{\Delta h}{2} + \frac{1}{2\tilde{c}}(\Delta(hu)n_x + \Delta(hv)n_y - (\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y)\Delta h)$, $\tilde{\alpha}^2 = \frac{1}{\tilde{c}}((\Delta(hv) - \tilde{v}\Delta(h))n_x - (\Delta(hu) - \tilde{u}\Delta(h))n_y)$, $\tilde{\alpha}^3 = \frac{\Delta h}{2} - \frac{1}{2\tilde{c}}(\Delta(hu)n_x + \Delta(hv)n_y - (\tilde{u}n_x + \tilde{v}n_y)\Delta h)$ で表される。 β は発生・消滅項に対応する物理量の跳躍量である。式(3)中の Ψ は、式(4)で表されるRoeの平均を行った物理量により評価されていることを表す。また、式(3)の $\Delta(\cdot)$ は $\Delta(\cdot) = (\cdot)_i - (\cdot)_l$ を表す。 $\Psi(\tilde{\lambda}^j)$ はエントロピー補正量であり、式(5)で表される。安定条件は、 $\Delta t \leq \frac{C_r \min(dr_{il})}{2 \cdot \max(c + \sqrt{u^2 + v^2})}$ である。ここに、 C_r はクーラン数, dr_{il} はセル重心間の距離である。

4. 計算結果

(1) 漸拡幅水路における定常流

以下では全て、 $C_r = 0.95$ として計算を行なった。はじめに、本数値モデルを漸拡幅水路における跳水の実験²⁾に適用する。実験はアクリル製の水平水路で行なわれており、上流端から射流状態で $0.029(m^3/sec)$ の流量を流入させ、水路漸拡部に跳水を発生させている。計算では対象水路を464個のセルで分割し、境界条件として上流端には水深 $h=0.0976(m)$ と流速 $u=1.94(m/sec)$, 下流端には仮想的な水位流量曲線を与えた。また、Manningの粗度係数 $n=0.01$ とした。初期条件に適当な水深と流速を与え、流れが定常状態に達したのを確認した上で計算を終了した。図-1に水面形状と流速ベクトルの計算結果を示す。この図から計算値は、水路幅の漸拡開始部付近で加速された流れが跳水によって急激に減速する様子を良好に再現していることがわかる。図-2に水路中心線上における水深 h の計算値と実験値との比較を示す。この図から、計算結果は跳水の発生位置やその高さを良好に再現していることも確認できる。

(2) 漸縮・漸拡幅水路における非定常流

次に、本数値モデルをBellos et al.³⁾が行なった漸縮・漸拡幅水路におけるダム破壊流れの実験に適用する。実験水路は図-3に示す8%勾配水路で、そのManningの粗度係数 n は0.012である。水路を貯水槽と氾濫原

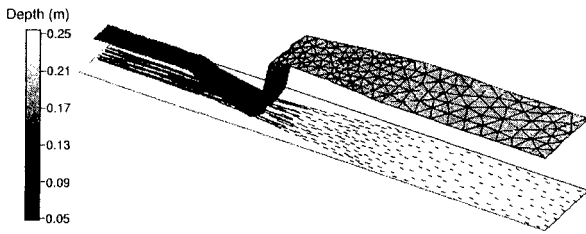


図-1 水面形状と流速ベクトル

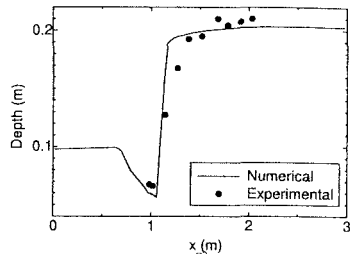


図-2 実験値²⁾との比較

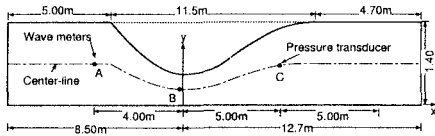


図-3 実験水路と測定位置

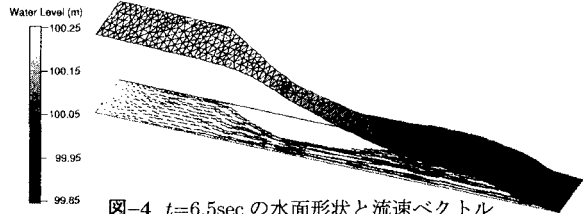


図-4 $t=6.5\text{sec}$ の水面形状と流速ベクトル

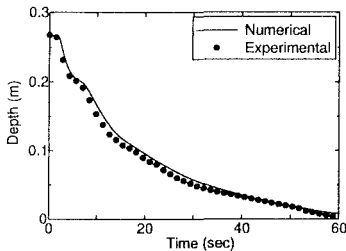


図-5 測点 A での比較

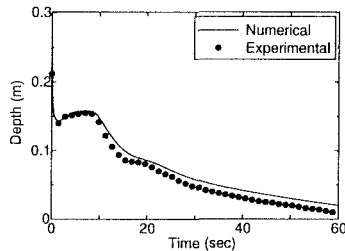


図-6 測点 B での比較

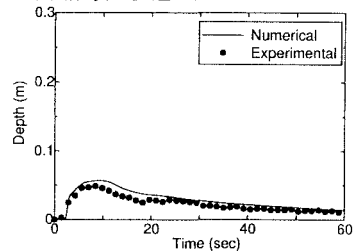


図-7 測点 C での比較

に分ける水路上流端から 8.50m に設置されたゲートを瞬間的に取り除くことでダム破壊流れを発生させている。初期条件として、ダム上流側の貯水槽にはダムにおける水深を 0.3m とする一定水位、下流側の氾濫原には初期水深 $h_t=0$ つまりドライベッド状態を与えている。水深測定は、図-3 に示すようにダム上流側の測点 A, B は波高計、ダム下流側の測点 C は圧力計により行なわれている。

水の無いドライベッド状態では水深が 0 なので計算が実行不能となる。そこで、計算精度を考慮した上で数値実験より決定した極めて小さな水深 h_w を氾濫原の初期水深として与え、水深が h_w 以下となるセルの流速を $u=v=0$ とした。また、水深が 0 に極めて近く流速が速い洪水氾濫流のフロント部分では摩擦勾配 S_{fx}, S_{fy} が非物理的な大きさとなり、計算ができなくなる。そこで、数値実験より決定した計算可能な最小の水深 h_c を与え、水深が h_c 以下となるセルでの摩擦勾配 $S_{fx}=S_{fy}=0$ として計算を実行した。本計算では h_w を 0.00001m, h_c を 0.001m とした。

図-4 にゲート開放 $t=6.5$ 秒後の水面形状と流速ベクトルの計算結果を示す。この図からダム破壊流れの水面形状や貯水槽の流速に比べ非常に速くドライベッド状態の氾濫原を広がって行くダム破壊流れのフロント部分の様子がよくわかる。図-5～図-7 に測点 A～C における水深 h の時系列変化に関する計算値と実験値との比較を示す。図-5 より、貯水槽では時間と共に水深が緩やかに小さくなる事が確認できる。図-6 より、ダム付近ではダムの破壊と共に急激に水深が下がり、若干の間水深が増加した後、時間と共に水深がだんだんと小さくなる様子が確認できる。図-7 より、氾濫原ではフロントが到達したと同時に急激に水深が大きくなり、その後時間と共に水深が緩やかに小さくなる様子が確認できる。また、これらの図から少しのずれは認められるものの、いずれの測点においても計算値は実験値を良好に再現していることも確認できる。

5. おわりに

本研究では、複雑境界形状を有する流れ場の中で最も基本的な漸拡・漸縮幅水路について取り上げ、非構造格子を用いた有限体積法と FDS に基づく数値モデルにより、そこでの流れをシミュレートした。その結果、本モデルは漸拡・漸縮幅水路における定常・非定常流を良好に再現できることがわかった。今後はより複雑な流れ場に適用し、本モデルの性能と適用限界を明らかにする予定である。

参考文献

- 1) アギレス・クマール・ジャ, 秋山壽一郎, 浦勝, 重枝未玲: 土木学会論文集, No.656/II-52, 2000.
- 2) Khalifa, A.: PhD thesis, University of Windsor, 1980. , 3) Bellos, C. et al: J. Hyd. Res., Vol.30, No.1, 1992.