

道路橋交通振動解析の数値解析法による検討

長崎大学工学部 学生会員○鳥山いずみ 長崎大学工学部 フェロー 岡林 隆敏
長崎大学大学院 学生会員 岡谷まり子

1. はじめに

道路橋交通振動解析において橋梁を有限要素でモデル化した場合、車両が節点間を移動するために、プログラミングにおいて工夫がいるために、応答解析を汎用プログラムで計算できない現状にある。本研究は、道路橋交通振動解析における走行車両の接地位置の操作を明確にし、汎用性のある荷重作用関数を作成することを目的としたものである。モード解析法と Newmark-β 法による直接積分法における、荷重作用関数の構成法について述べる。

2. 橋梁-車両系の運動方程式と数値解析

(1) 橋梁-車両系の運動方程式 図-1 のような路面凹凸 $r(t)$ を有する橋梁上を、車両が走行する。橋梁を有限要素法でモデル化し、橋梁の諸元を表-1 とする。車両を図-2 のように 1 自由度系でモデル化した場合、橋梁-車両系の運動方程式は、次のようになる。

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky(t) = b(t)(-m_0\ddot{z}(t)) \quad (1)$$

$$m_0\ddot{z}(t) + c_0\dot{s}(t) + k_0s(t) = 0,$$

$$s(t) = z(t) - \psi(vt)q(t) - r(t) = 0 \quad (2)$$

ここで、 $y(t):n$ 次元変位ベクトル、 $M, K, C:(n \times n)$ の質量、剛性、減衰マトリクス、 $b(t):$ 外力作用ベクトル、 $m_0, k_0, c_0:$ 車両の質量、ばね定数、減衰係数である。図-3 は低次の振動モード、表-2 は振動数、図-4 は路面凹凸のパワースペクトル密度である。

(2) モード解析法による数値解析 m 次振動まで考慮すると、支点から x にある着目点の応答は、基準座標 $q(t)$ 、 x 点の振動モード $\psi(x)$ を用いて、次のように表される。

$$q(t) = [q_1(t) \cdots q_m(t)]^T, \quad \psi(x) = [\psi_1(x) \cdots \psi_m(x)], \quad y(x, t) = \psi(x)q(t) \quad (3)$$

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2q_k(t) = -\mu_k\psi_k(vt)\ddot{z}(t) \quad (4)$$

$$\ddot{z}(t) + 2h_0\omega_0\dot{s}(t) + \omega_0^2s(t) = 0, \quad s(t) = z(t) - \psi(vt)q(t) - r(t) = 0 \quad (5)$$

となる。ここで、 $h_k, \omega_k, \mu_k:$ k 次における橋梁の減衰定数、固有円振動数、有効質量と車両の質量の質量比、 $h_0, \omega_0:$ 車両の減衰定数、固有円振動数である。この方程式は通常($m < n$)の条件により Runge-Kutta 法により解かれる。

(3) Newmark-β 法による数値解析 $y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t)$ が与えられた場合、(1)式の差分形式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t + \Delta t) &= (M + (\Delta t/2)C + \beta\Delta t^2K)^{-1} \\ &\times [b(t + \Delta t)(-m_0\ddot{z}(t + \Delta t)) - C(\dot{y}(t) + (\Delta t/2)\ddot{y}(t)) \\ &\quad - K\{y(t) + \Delta t\dot{y}(t) + (1/2 - \beta)\Delta t^2\ddot{y}(t)\}] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\dot{y}(t + \Delta t) = \dot{y}(t) + \{\ddot{y}(t) + \ddot{y}(t + \Delta t)\}/2 \Delta t \quad (7)$$

$$\begin{aligned} y(t + \Delta t) &= y(t) + \Delta t\dot{y}(t) + \{\Delta t^2/2\}\ddot{y}(t) \\ &\quad + \beta\Delta t^3\{\ddot{y}(t + \Delta t) - \ddot{y}(t)\}/\Delta t \end{aligned} \quad (8)$$

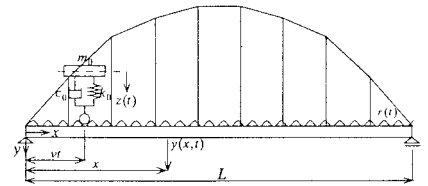


図-1 橋梁-車両系

表-1 橋梁の諸元

形式	橋脚桁
支間 L (m)	58.00
ライズ f (m)	9.36
補剛桁の断面積 A_1 (m ²)	2.24×10^{-2}
拱肋の断面積 A_2 (m ²)	2.24×10^{-2}
曲げ剛性 EJ (N・m ²)	1.78×10^9
桁全重量 W_0 (t)	149.74
格間数	9

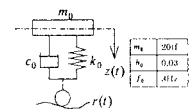


図-2 車両モデル

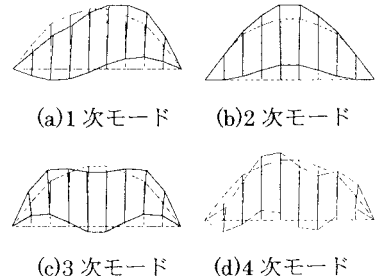


図-3 橋梁の振動モード

表-2 橋梁の振動数

振動次数	振動数 (Hz)
1 次	1.742
2 次	2.558
3 次	4.018
4 次	6.455
5 次	9.734
6 次	11.389
7 次	13.616
8 次	17.607
9 次	20.763
10 次	22.401
11 次	32.731
12 次	42.065

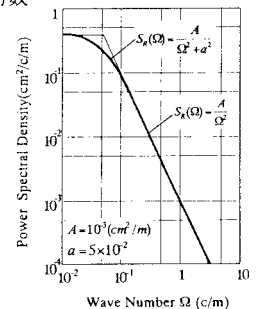


図-4 路面凹凸のスペクトル

3. 外力作用ベクトルと節地力作用点の表現

モード解析法では、離散的なモードをフーリエ級数表示する場合と、内挿関数を使う場合がある。車両が桁の i 節点と $i+1$ 節点にある場合、荷重作用点と車両直下の変位は、次のようなモードの線形内挿関数を用いることにより表現できる。

$$\psi(x) = (1-x/l_i)\psi_i + (x/l_i)\psi_{i+1}, \quad \Phi = [\psi_1 \cdots \psi_m]^T \quad (9)$$

ここで、 ψ_i 、 ψ_{i+1} ： i 節点と $i+1$ 節点の $(1 \sim m)$ 次振動モードである。ただし、 x は節点 i からの距離である。これを図-5 に示した。

Newmark β 法では、図-6 のように、接地力が作用する点を次々に移動させる必要がある。さらに、車両が節点間にある場合、接地力、車両直下の変位、速度は、 i 節点と $i+1$ 節点の値より内挿する必要がある。(1) 式の荷重作用関数 $b(t)$ は、次のように表される。

$$b(t) = [0 \cdots 0 \quad b_i \quad b_{i+1} \quad 0 \cdots 0]^T, \quad b_i = 1-x/l_i, \quad b_{i+1} = x/l_i \quad (10)$$

$$y_v(t) = b(t)^T y(t) \quad (11)$$

ここに、 l_i ：分割した桁の長さである。車両直下の変位 $y_v(t)$ は、 i 節点と $i+1$ 節点の変位で線形近似される。

4. 減衰のモデル化

橋梁の減衰マトリクスは、実験より求めたモード減衰より再構成する必要がある。比例減衰系の場合、

$$C = \alpha M + \beta K \quad (12)$$

と仮定される

$$\Phi^T C \Phi = H = [2h_k \omega_k], \quad 2h_k \omega_k = \alpha + \beta \omega_k^2, \quad 2h_s \omega_s = \alpha + \beta \omega_s^2 \quad (13)$$

より、 α と β が求められ、 C が算定される。また、

$$C = \Phi H \Phi^T \quad (14)$$

よりも、 C を求めることができる。

5. 数値解析結果と考察

図-7 に車両の速度 $v = 50 \text{ km/h}$ の場合の、数値計算による変位の応答を示した。(a) はモード減衰を $h_1 \sim h_s = 0.02$ ($s = 1, \dots, 12$) と仮定した場合、(b) は $\alpha = 2 \times h \times \omega$ 、 $h = 0.02$ 、 $\omega = 3 \times 2\pi$ 、 $h_k = \alpha / (2\omega_k)$ として、

Runge-Kutta 法を用いて解析した結果、(c) は Newmark β 法において質量比例型の減衰マトリクス $C = \alpha M$ を用いた結果である。

Runge-Kutta 法では、12 次の振動数まで考慮している。対象橋梁の節点数は 18 節点であり、平面骨組構造と考えると、未知数の数は 54 となるが、縮約して鉛直方向の成分のみを考えている。

Newmark β 法の β は $1/4$ を用いて、いずれの解析法でも時間刻み $\Delta t = 0.01$ とした。図-7 より減衰の仮定により、応答結果の差が生じるが、この程度の節点の解析では、いずれの解析法でも顕著な差は現れていない。

6. まとめ

パーソナルコンピュータの性能の向上により、演算速度と記憶容量が大きくなり、複雑な橋梁の交通振動の解析が、直接積分法により可能になってきた。本研究では、道路橋交通振動の解析の特徴である移動荷重の近似法を明確にした。応答解析のプログラミングにおいて、一般的な組み込み関数の形にしたいが、まだ標準化した関数になっていない。

[参考文献] 1) 深田 幸史: 橋梁の動的な性能照査のための立体解析モデルの確立に関する研究, 金沢大学大学院博士論文, 1999 年

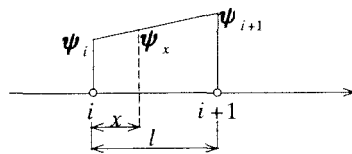


図-5 振動モードの内挿

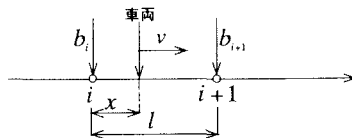
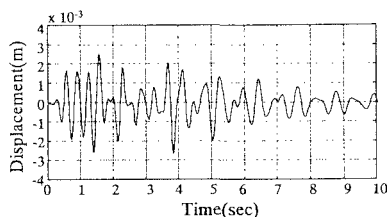
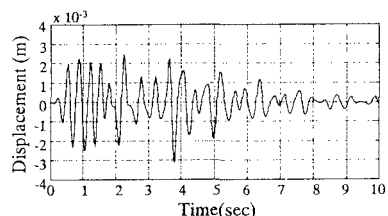


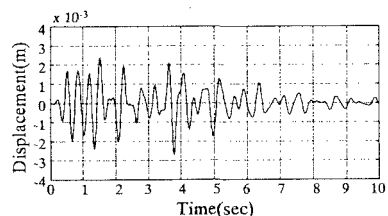
図-6 節点係数関数



(a) Runge-Kutta 法 ($h_k = 0.02$)



(b) Runge-Kutta 法 ($h_k = \alpha / (2\omega_k)$)



(c) Newmark β 法 ($C = \alpha M$)

図-7 数値計算法による応答結果