

繊維強化型積層板の弾塑性曲げ解析

長崎大学 大学院 学生会員 ○ 有吉 健
 長崎大学 工学部 正会員 森田 千尋
 長崎大学 工学部 正会員 松田 浩
 長崎大学 工学部 正会員 崎山 毅

1 まえがき

比強度、比剛性に優れた FRP(繊維強化プラスチック)を積層状にした積層板は、力学的に強い異方性を示し、積層数、積層順序などを変えることにより力学的に有利な材料設計が可能である。その利点とともに高耐久性からも土木の分野においても注目されつつある。

本研究では、積層板の弾塑性曲げ解析における離散的近似解法¹⁾の実用性を検証し、FRPなどを積層状にした繊維強化型積層板の弾塑性曲げ挙動を明らかにすることを目的としている。

2 基礎理論

任意の荷重条件および種々の境界条件のもとで、積層板に関する基礎微分方程式の解析解を一般的に求めることはほとんど不可能であると考えられるので、ここでは図1に示すような、積層板の縦横の等分割線の交点を対象として、これらの離散点における基礎微分方程式の近似解を求める。まず積層板に関する基礎微分方程式に無次元量を導入し、積層板の全領域 $[i, j]$ において面積分し、積分方程式に変換する。次に等間隔の数値積分法の応用により、これらの積分方程式を離散表示すれば、無次元化された断面力および変形に関する連立方程式が得られる。これを解くことにより、領域 $[i, j]$ における主要点の諸量 ΔX_{pij} は次式によって表わされる。

$$\Delta X_{pij} = \sum_{d=1}^{10} \left(\sum_{f=0}^i a_{pijfd} \Delta X_{rf0} + \sum_{g=0}^j b_{pijgd} \Delta X_{s0g} \right) + \Delta q_{pij} \quad (1)$$

ここに、 ΔX_{rf0} および ΔX_{s0g} は境界条件より決定される積分定数であり、 a_{pijfd} , b_{pijgd} は断面形状を伝えるマトリックス、 Δq_{pij} は荷重項である。

断面力に関しては、図2の様に板厚の中心から z 軸をとり、層と層の境目を $z_0, z_1, \dots, z_n$ とする。積層板では各層ごとに応力が異なるため、応力を板厚方向に積分し、

$$(\Delta N_x, \Delta N_y, \Delta N_{xy}) = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta \sigma_x^{(k)}, \Delta \sigma_y^{(k)}, \Delta \tau_{xy}^{(k)}) dz \quad (2)$$

$$(\Delta M_x, \Delta M_y, \Delta M_{xy}) = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} (\Delta \sigma_x^{(k)}, \Delta \sigma_y^{(k)}, \Delta \tau_{xy}^{(k)}) z dz \quad (3)$$

と定義する。ここで肩カッコの (k) は k 番目の層を示している。

また弾塑性状態での積層板の応力-ひずみ関係は k 番目の層について、

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_x \\ \Delta \sigma_y \\ \Delta \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ep11} & \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep16} \\ \bar{Q}_{ep12} & \bar{Q}_{ep22} & \bar{Q}_{ep26} \\ \bar{Q}_{ep16} & \bar{Q}_{ep26} & \bar{Q}_{ep66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \Delta \epsilon_x \\ \Delta \epsilon_y \\ \Delta \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (4)$$

となる。ここで、

$$[\bar{Q}_{ep(ij)}]_k = \bar{Q}_{(ij)k} - \frac{\bar{Q}_{(ij)k} a_k a_k^t \bar{Q}_{(ij)k}}{A_k + a_k^t \bar{Q}_{(ij)k} a_k} \quad (5) \quad a_k^t = \frac{\partial \sigma_{eq}}{\partial \sigma_k}, \quad A_k = H'_k = \frac{d\sigma_k}{d\epsilon_k^p} \quad (6)$$

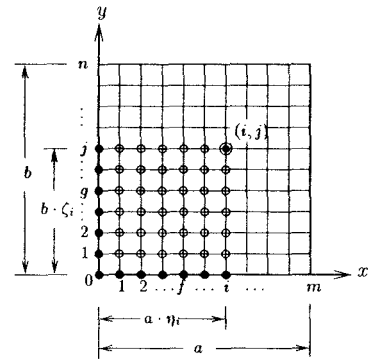


図1: 積層板の等分割図

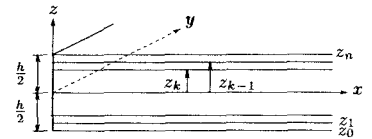


図2: 積層板の基準線

である。なお A_k はひずみ硬化率であり、本解析では $A_k = 0$ としている。式 (5) において弾性状態では第 1 項のみ使用する。

3 解析結果および考察

次の各パラメータに示すような、 x, y 軸方向の降伏応力が異なる単層の異方性積層板に等分布荷重が満載される場合の弾塑性曲げ解析を行う。なお、弾・塑性の判別には Huber-Mises の降伏条件式を用い、境界条件を四辺固定支持、板の 4 分の 1 部分を対象として x, y 軸方向の分割数を 6、板厚方向の分割数を 10 として解析した。ここで図 3 は板の中央点における荷重-たわみ曲線であり、同時に Owen による解²⁾ も示す。図 5 は板全体における塑性域進行平面図であり、図 6 の断面図は図 4 で示す $A-A, B-B$ 断面の塑性域進行状態をそれぞれ示している。

図 3 より、本解析値と Owen による解は初期降伏点まではほとんど同じ値を示し、降伏後は多少のずれはあるもののほぼ一致していると見なすことができる。図 5, 6 より、塑性化は境界辺の中央から始まるが、板の中央が塑性化を始めると、そのあとは板の中央から広がるように塑性化していくことが分かる。またわずかではあるが、 y 方向に早く塑性化が進行していることが確認できる。これは、 x, y 軸方向の降伏応力の違いによるものだと考えられる。塑性域進行図においても Owen によるものとよく似た結果が得られている。

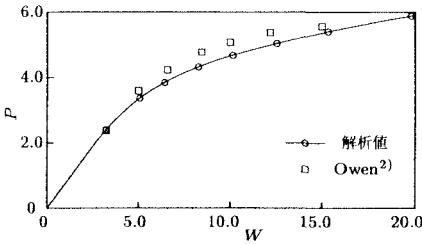


図 3: 荷重-たわみ曲線

- ・ポアソン比: $\nu = 0.30$
- ・スパン長 (m): $a = 6.0$
- ・板厚 (m): $h = 0.2$
- ・増分荷重 (MN/m^2): $\Delta q = 0.01$
- ・弾性係数 (MN/m^2): $E_x = E_y = 30000.0$
- ・せん断弾性係数 (MN/m^2): $G_{xy} = G_{yy} = 11540.0$
- ・降伏応力 (MN/m^2): $\sigma_{0x} = 30.0, \sigma_{0y} = 40.0,$
 $\tau_{0xy} = 20.2, \sigma_{045} = 35.0$
- ・無次元量パラメータ: $P = \frac{a^2}{10M_p}q, W = \frac{100D}{a^2M_p}\delta_c$

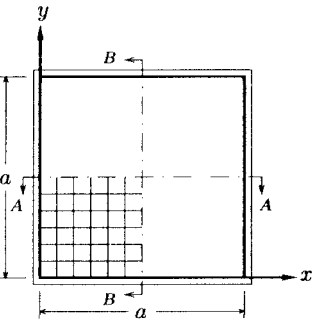


図 4: 分割図

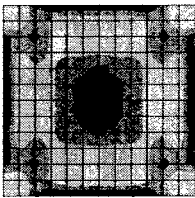


図 5: 塑性域進行平面図
($P = 4.80$)

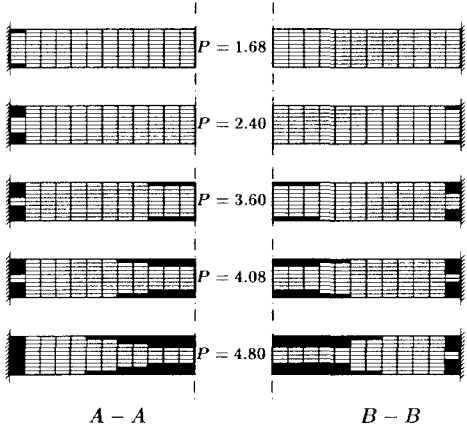


図 6: 塑性域進行断面図

4 あとがき

本解法に基づく解析結果と既往の数値解との比較を行なった結果、本解法は積層板の弾塑性曲げ解析においても有効であることが言える。今回の報告では、紙面の都合上、単層の積層板の結果のみを載せたが、多層の積層板についての結果は、講演時に発表予定である。今後は、境界条件、板厚比、積層数や積層順序などのパラメータが、弾塑性曲げ挙動に与える影響についても明らかにしていく予定である。

[参考文献]

1) 崎山毅, 松田浩: 変厚矩形板の曲げの一解析法, 土木学会論文報告集, 第 338 号, 1987
2) D.R.J.Owen and J.A.Figeiras: Anisotropic elasto-plastic finite element analysis of thick and thin plates and shells, Vol.19, pp.541-546, 1983