

遡上域を考慮した非線形緩勾配方程式による数値計算

長崎大学大学院 学生会員 石井 鉄也
 長崎大学工学部 フェロー会員 富樫 宏由
 長崎大学工学部 平山 康志

1. 目的

近年、数値計算の発達により高精度な波浪解析が可能となってきた。

本研究では、非線形緩勾配方程式(磯部, 1994)を用いて、鉛直2次元一様傾斜海底地形上で、沖浜帯から碎波帯及び波打ち帯を考慮した広範囲における波浪変形解析を行い、この解析方法による数値解の適用性を検討する。

2. 基礎方程式と境界条件

2.1 基礎方程式

未知数の速度ポテンシャルを、鉛直方向成分と水平方向成分に分け、あらかじめ定めた鉛直分布関数系によってN個の級数表示を行うと、速度ポテンシャルは以下のように表わせる。

$$\phi(\mathbf{x}, z, t) = \sum_{\alpha=1}^N Z_{\alpha}(z; h(\mathbf{x})) f_{\alpha}(\mathbf{x}, t) \equiv Z_{\alpha} f_{\alpha} \quad \cdots \text{式(1)}$$

ここで下付添字に関しては総和規約を適用する。また、 z は静水面に対する鉛直座標、 $\mathbf{x}$ は水平座標、 h は静水深とする。緩勾配を仮定した非線形緩勾配方程式は以下になる。

$$g\eta + Z_{\beta}^{\eta} \frac{\partial f_{\beta}}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_{\alpha}^{\eta} Z_{\beta}^{\eta} \nabla f_{\alpha} \nabla f_{\beta} + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_{\alpha}^{\eta}}{\partial z} \frac{\partial Z_{\beta}^{\eta}}{\partial z} f_{\alpha} f_{\beta} + \frac{\partial Z_{\alpha}^{\eta}}{\partial h} Z_{\beta}^{\eta} f_{\alpha} \nabla f_{\beta} \nabla h + M_d = 0 \quad \cdots \text{式(2)}$$

$$Z_{\alpha}^{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla (A_{\alpha\beta} \nabla f_{\beta}) - B_{\alpha\beta} f_{\beta} + (C_{\beta\alpha} - C_{\alpha\beta}) \nabla f_{\beta} \nabla h + \frac{\partial Z_{\beta}^{\eta}}{\partial h} Z_{\alpha}^{\eta} f_{\beta} \nabla \eta \nabla h = 0 \quad \cdots \text{式(3)}$$

また、碎波によるエネルギー散逸現象を、エネルギー減衰項 M_d を式(2)に付加することにより評価した。エネルギー減衰項は以下の拡散型のものを用いた。

$$M_d = -\nu \frac{\partial^2 Z_{\alpha} f_{\alpha}}{\partial x^2} \quad \cdots \text{式(4)}$$

2.2 境界条件

沖側境界条件は、以下で表わせる Sommerfeld 放射条件を用いて透過境界とする。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} - C_{\text{off}} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0 \quad (\Phi = \eta, f_{\alpha}) \quad \cdots \text{式(5)}$$

岸側境界条件は、汀線移動モデルを用いる。汀線移動モデルは、波先端部の水粒子速度を汀線移動速度と考えている。さらに、最先端の格子サイズに伸縮性をもたせることによって、より滑らかな汀線移動の表現を可能にする。

3. 計算結果

3.1 非碎波時の波の打ち上げ高 汀線移動モデルを検証するため Carrier & Greenspan(1958)による一様傾斜海底地形上における波の打ち上げの解析解との比較を行う。計算条件は、 $H/h=3.54 \times 10^{-4}$ 、 $h/L_0=0.1$ 、 $\tan \theta=1/20$ 、 $T=3.14(\text{s})$ とした。左図-1は最大遡上時と最大流下時における計算値と解析解との比較である。よく一致していることが確かめられた。また図-2、図-3はそれぞれ一周期間にわたる計算値と汀線の時系列波形である。図-2では、波形が完全重複波となっていることが、腹と節の形成よりわかる。また、図-3より汀線移動が滑らかに変化していることが認められる。

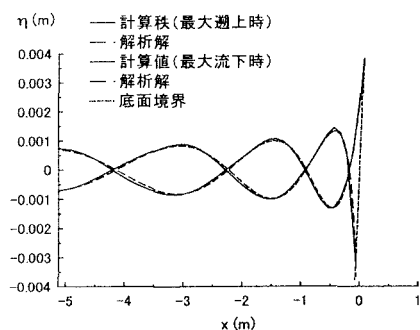


図-1 Carrier & Greenspanの解析解との比較

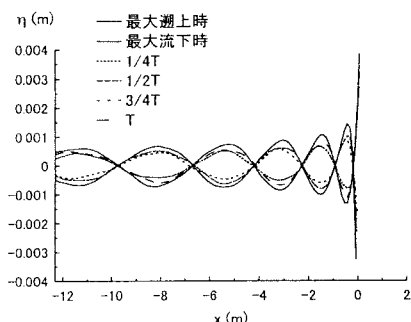


図-2 一周期間の波形

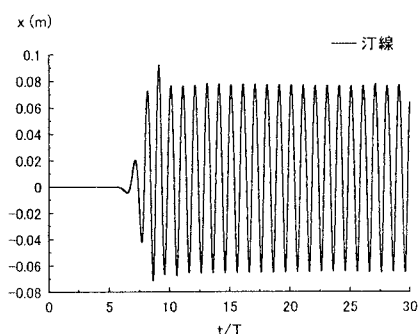


図-3 汀線(遡上・流下距離)の時系列変化

3. 2 碎波時の波の打ち上げ高

一様傾斜海底地形上で碎波する場合について検討する。ここでは実験値として Nwogu(1996)のものを用いる。波条件は、斜面勾配 1/25、水深 0.56(m)、波の周期 2.0(s)、波高 0.09(m)の規則波である。

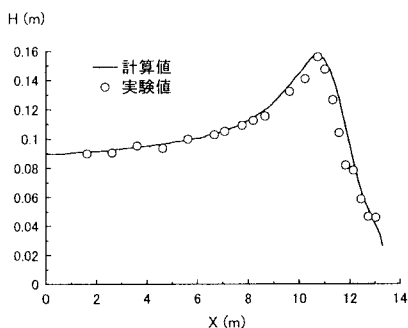


図-4 波高分布の比較

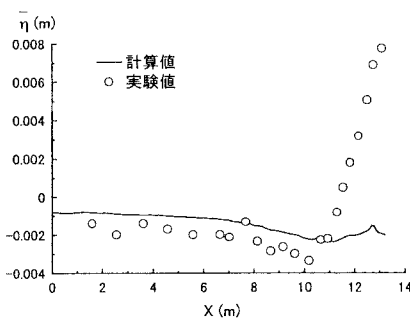


図-5 平均水位の比較

図-4、図-5は、それぞれ波高分布と平均水位の計算値と実験値の比較である。波高分布に関しては、両者はよく一致している。しかし、平均水位に関しては、計算値の wave set-up が殆ど見られない。この原因として挙げられるのが、碎波減衰項の影響によるものであると考えられる。

図-6は、汀線移動の時系列変化を表わしたものであり、斜面勾配の適用範囲外ではあるが Hunt の実験式による遡上高との外挿値と比較すると小さすぎるようである。

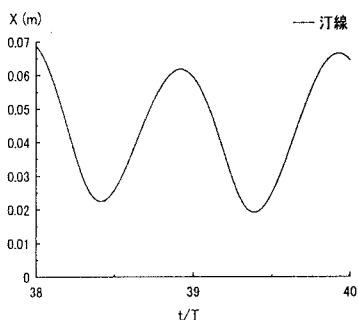


図-6 汀線(遡上・流下距離)の時系列変化(38~40)

4. 結 果

非碎波時においては、解析解と波形が一致して、適用性は十分である。

碎波時においては、平均水位・遡上高への適用性が不十分である。wave set-up が少ししか見られない原因としてあげられる碎波減衰項について今少し検討が必要であろう。

参考文献

- 磯部雅彦 (1994) : 非線形緩勾配方程式の提案、海岸工学論文集、第 41 巻(1)、pp.1-5.
- Carrier, G.F. and H.P. Greenspan (1957) : Water waves of finite amplitude on a sloping beach, J.Fluid Mech., Vol.4, pp.97-109.
- Nwogu, O.G. (1996) : Numerical Prediction Of Breaking Waves And Currents With Boussinesq Model, Proc. 25th ICCE, pp.4807-4820.