

一般座標系 Regular 格子による自由水面乱流の直接数値シミュレーション

熊本県 正会員 林俊一郎, 熊本大学 正会員 大本照憲, 矢北孝一, 学生員 平川隆一

1. はじめに

河川や海洋など自由水面を有する乱流場への DNS は, Lam & Banerjee¹⁾により初めて実施されて以来, 実験では容易に捕らえられない自由水面近傍の乱流構造や物質輸送に関する重要な情報を提供し始めている. しかし, いずれもスペクトル法もしくは staggered 格子を用いた差分法によるものである. 著者ら²⁾は複雑境界形状の流れ場への DNS の適用を目標に, 一般座標系 regular 格子を用いることで任意境界形状への適用と演算負荷量の軽減を図るとともに, 高精度の風上差分と時間的離散化法をカップリングすることで, 計算精度と数値的安定性を確保した DNS を構築した. 本研究では, 一次元線形対流問題を例題に, 一般座標系 regular 格子の適用において不等間隔格子の設定等が, 解の精度確保にとって重要なことを示すとともに, 一般座標系 regular 格子を用いた DNS を自由水面乱流場へ適用し, その精度や有用性を定量的に検証することを目的とする.

2. 不等間隔格子による影響

不等間隔格子の採用は, 一般に精度の低下を伴うことから, ここでは不等間隔格子が解へ及ぼす影響を, 式 (1) に示す一次元線形対流問題³⁾により検討する.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (U=1, -\infty < x < \infty) \quad (1)$$

$$u(x,0) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(2x - \pi)}{2}, & (\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

格子には図-1に示す, 等間隔格子, 滑らかでメトリック x_ξ が連続な不等間隔格子 (A), および滑らかではあるがメトリック x_ξ に不連続点を有する不等間隔格子 (B) の3種類を用いる. なお, 式 (1) の厳密解は初期値が保存されることから, x 軸の両端に周期境界条件を採用することで, m 周回後の数値解と厳密解との比較を行う. ここで, 時間進行法にはすべて3次精度 Adams-Bashforth法を用いることにする²⁾. 図-2は, 対流項近似に風上差分を用いた結果であり, 等間隔格子でのクーラン数が0.1の場合の, 50周回後の波形を比較したものである. この図から不等間隔格子

(A) は, 等間隔格子に比べ減衰誤差が僅かに大きいことが認められる一方, この精度の低下を補うには高精度の差分近似の採用が有効であることを示唆している. これに対し, 不等間隔格子 (B) は全ケースにおいて減衰誤差に加えて位相誤差まで生じていることが分かる. この格子の滑らかさは不等間隔格子 (A) と同じであることを考えると, 位相誤差の発生にはメトリック x_ξ の不連続点の存在が関与しているものと考えられる.

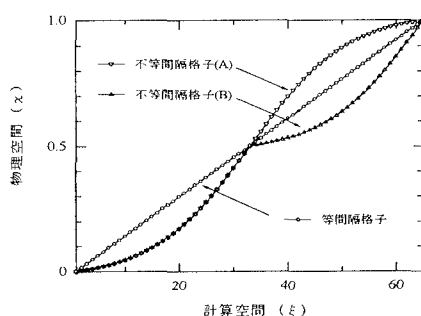
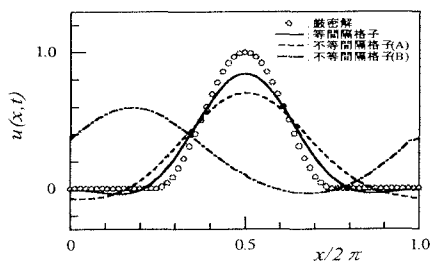
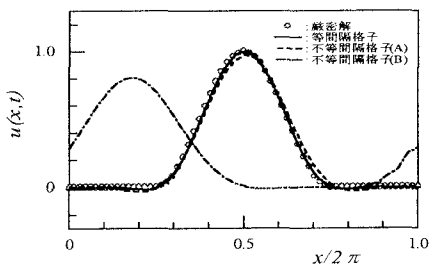


図-1 座標変換



(a) 3次風上差分



(b) 5次風上差分

図-2 格子間隔の違いによる波形比較

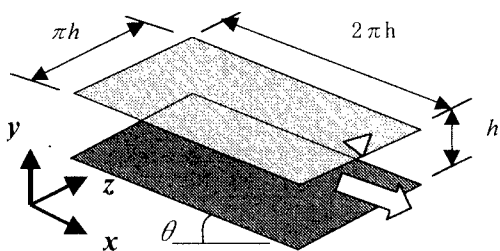


図-3 計算対象の概要

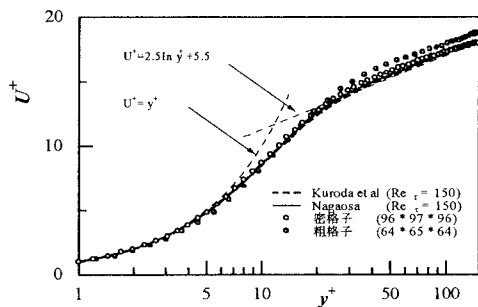


図-4 平均流速分布

3. 数値解析法

支配方程式は、連続の式と Navier-Stokes 方程式とし、MAC 法と部分段階法を組み合わせた時間進行法によって解析を行う²⁾。対象は図-3に示す底面が平滑な固体壁で、上面には変形を考慮しないゼロ・フルード数近似⁴⁾の自由水面を有する完全発達した開水路乱流場を対象とする。なお、流下方向とスパン方向には周期境界条件を与え、側壁の効果がない流れ場とする。流れは x 軸と水平線のなす角度が θ となるよう傾斜させ、重力により流下させるものとする。

4. 計算結果と考察

自由水面流れの DNS データベースは未だ見受けられないことから、本研究の精度検証は先行する Nagaosa の結果⁵⁾、および平行平板間流れの代表的データベース⁶⁾との比較により行う。図-4は平均流速分布を比較したものである。本計算の結果は概ね Nagaosa 等の結果と一致しているが、密格子に比べ粗格子では対数則領域において僅かに大きくなるなど格子解像度が低い場合には、数値粘性が顕著な低次の風上差分を用いた結果²⁾と同様な層流化傾向を示すことが分かる。なお、開水路流れの特徴である最大流速点の降下現象は認められなかった。これはスパン方向を無限と

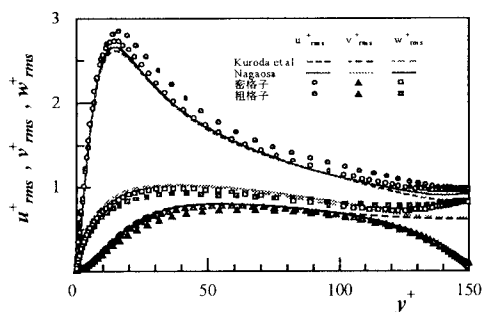


図-5 (A) 乱れ強さの分布

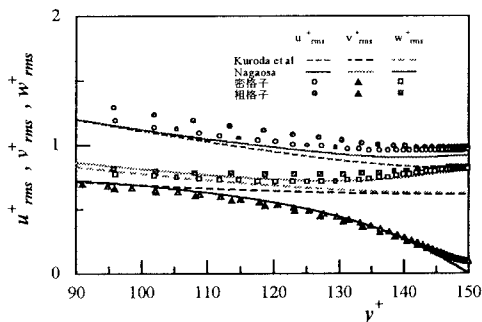


図-5 (B) 乱れ強さの分布

し側壁の影響を排除したためと思われる。

図-5(A),(B)は乱れ強さの分布を比較したものである。密格子と粗格子では Nagaosa からのズレに違いがあるなど格子依存性が認められる。なお、自由水面付近では管路に比べ水深方向の挙動が抑制される一方、流下方向とスパン方向の乱れが大きくなるなど、自由水面流れの大きな特徴である再配分による乱れの非等化が確認できる。また、平行平板間流れとの比較から、管路と開水路の相違は境界層の外層に相当する自由水面領域 ($0.6 < \xi < 1.0$) において顕著に生じるだけで、壁面領域では平行平板間流れと開水路による違いはなく自由水面の効果及ばないことが分かる。なお、今回対象としたレイノルズ数 ($Re_\tau = 150$) 程度であれば、水面変動やフルード数は小さく⁴⁾、さらにこれまでの考察からも分かるように自由水面の影響そのものが水面近傍に限定されることを勘案すると、境界条件として変形を考慮しないゼロ・フルード近似も妥当性があると考えられる。

参考文献

- 1) Lam, K. and Banerjee, S.: Phys. Fluids (1992).
- 2) 林・大本・矢北・平川: 応力論 vol.2, (1999).
- 3) 梶島: 機論: 60-578 (1994).
- 4) 大宮司・三宅・吉澤編, 東大出版会: 5) R. Nagaosa: Phys. Fluids, (1999).
- 6) 笠木: 平成3年度科研費報告書 (1992).