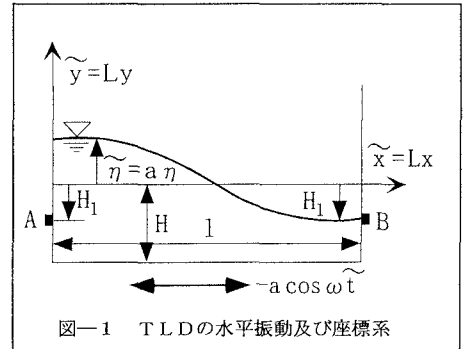


調和振動を受ける T L D の壁面動水圧の振動特性

正会員 高西 照彦

1. まえがき 図一1に示すような長方形 T L D が調和波による水平振動を受けて、その内容液が非線型振動をするときの振動特性については、これまでにいくつかの理論的・実験的研究が行われている。例えば、有限要素法は有力な数値解析法ではあるが、いまの場合、その数値計算には非常に多くの記憶容量と長時間に及ぶ計算時間を必要とするという難点がある。Ockendon 等¹⁾は加振振幅が小さいという条件の下に、内容液の第1次の固有振動数近傍における振動特性を考える場合について、流体の運動を支配する基礎方程式に摂動法を適用することによって、長方形貯槽内溶液の運動を求めるための時間に関する1変数2階の非線形微分方程式を導いた。本論では、この微分方程式の解として、2個の調和振動の和で表されるような最も粗い近似を採用することによって、その解析解を求めた。この解を用いて、長方形 T L D が調和波による水平振動を受けて、その内容液が非線型振動をするときの壁面波高、共振振動数、壁面動水圧を算出し、これを実験結果と比較して、近似解析解の有効性を示した。



図一1 T L D の水平振動及び座標系

2. 非線形微分方程式 Ockendon 等は $\varepsilon^{1/2}$ までの摂動項を採用した場合について、無次元化した微分方程式を導いているが、この式に減衰項を加えて示せば、次式の通りである。

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} + 2\bar{h}\frac{d\zeta}{dt} + \zeta - 3\alpha\zeta - \frac{9}{2\kappa^2}\zeta^2 = -\frac{6}{\pi\kappa^2}\cos t + \frac{3}{\kappa^2}c_0 \quad (1)$$

ここに、 $l = \pi L$, $H = \bar{h}L$, $\varepsilon = a/L$ とすれば、 $\alpha = \lambda/\kappa^2$, $\lambda = \delta\varepsilon^{-1/2}$, $\kappa = \bar{h}\varepsilon^{-1/4}$. n_{w1} , h を内容液の固有円振動数、減衰定数、 ω を加振円振動数とすれば、 $\bar{h} = h/\sqrt{1+\delta}$, $\delta = \omega^2/n_{w1}^2 - 1$ である。さらに、

$$c_0 \text{ は定数で、 } c_0 = -(3/4\pi) \int_{-\pi}^{\pi} \zeta^2 dt.$$

式(1)の解 ζ を用いれば、内容液の両壁面の動水圧はそれぞれ次式の様に表される。

$$\sigma(0, y, t) = -\rho L^2 \omega^2 \varepsilon^{1/2} [2f'(t) - \varepsilon^{1/2} \{(y\varepsilon^{-1/4} + \kappa)^2 f'''(t) - c_l(0, t)\}] \quad (2-a)$$

$$\sigma(l, y, t) = -\rho L^2 \omega^2 \varepsilon^{1/2} [2f'(t + \pi) - \varepsilon^{1/2} \{(y\varepsilon^{-1/4} + \kappa)^2 f'''(t + \pi) - c_l(l, t)\}] \quad (2-b)$$

$$\text{ここに、} c_l(0, t) = -(1/\pi)\cos t + 0.5c_0 + 0.5f''(t)f(t) + 0.5\{f'(t)\}^2 \quad (3-a)$$

$$c_l(l, t) = (1/\pi)\cos t + 0.5c_0 + 0.5f''(t + \pi)f(t + \pi) + 0.5\{f'(t + \pi)\}^2 \quad (3-b)$$

表面波の波高 $\tilde{\eta}(x, t)$ 及び左側の壁面波高 $\tilde{\eta}(0, t)$ は、次式によって与えられる。

$$\tilde{\eta}(x, t) = -H\varepsilon^{1/2} [f'_+ + f'_- + \varepsilon^{1/2} \{-0.5\kappa^2(f''_+ + f''_-) + c_l(x, t) + 0.5(f'_+ - f'_-)^2 + (\lambda - \kappa^2/3)(f'_+ + f'_-)\}] \quad (4)$$

$$\tilde{\eta}(0, t) = -H\varepsilon^{1/2} [2f'_+ + \varepsilon^{1/2} \{-\kappa^2 f''' + c_l(0, t) + 2(\lambda - \kappa^2/3)f'_+\}] \quad (5)$$

上式で、 $f'(t) = \zeta(t)$, $f_+ = f(t+x)$, $f_- = f(t-x)$ (6) である。

また、奥行き D の長方形液体貯槽に対する全壁面動水圧は、次式によって求めることができる。

$$P(t) = D \int_{-\tilde{\eta}(l, t)}^{\tilde{\eta}(0, t)} \sigma(l, y, t) d\tilde{y} - D \int_{-\tilde{\eta}(0, t)}^{\tilde{\eta}(0, t)} \sigma(0, y, t) d\tilde{y} \quad (7)$$

3. 非線形微分方程式の近似解 いま、式(1)において周期 2π をもち、さらに周期 2π に対する平均値が 0 となるような定常解 $\zeta(t)$ を求めることを考える。これらの条件を満たす解の中で、その精度の粗い解として次式に示すものを採用する。 $\zeta = \Gamma_1 \sin(t + \phi_1) + \Gamma_2 \sin(2t + \phi_2)$ (8)

上式で、 Γ_1 , Γ_2 及び ϕ_1 , ϕ_2 は時間の関数であるとして、これらが次の条件を満たすものとする。

$$\Gamma_1' \sin(t + \varphi_1) + \Gamma_1 \varphi_1' \cos(t + \varphi_1) + \Gamma_2' \sin(2t + \varphi_2) + \Gamma_2 \varphi_2' \cos(2t + \varphi_2) = 0 \quad (9)$$

式(8)を微分して、式(9)を考慮すれば、 $\zeta' = \Gamma_1 \cos(t + \varphi_1) + 2\Gamma_2 \cos(2t + \varphi_2)$ (10) さらに微分して、

$$\zeta'' = \Gamma_1' \cos(t + \varphi_1) - (1 + \varphi_1') \Gamma_1 \sin(t + \varphi_1) + 2\Gamma_2' (\cos 2t + \varphi_2) - 2(2 + \varphi_2') \Gamma_2 \sin(2t + \varphi_2) \quad (11)$$

式(8),(10),(11)を式(1)に代入すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \Gamma_1' \cos(t + \varphi_1) - (1 + \varphi_1') \Gamma_1 \sin(t + \varphi_1) + 2\Gamma_2' \cos(2t + \varphi_2) - 2(2 + \varphi_2') \Gamma_2 \sin(2t + \varphi_2) + 2\bar{h} \{ \Gamma_1 \cos(t + \varphi_1) \\ & + 2\Gamma_2 \cos(2t + \varphi_2) \} + (1 - 3\alpha) \{ \Gamma_1 \sin(t + \varphi_1) + \Gamma_2 \sin(2t + \varphi_2) \} - 9/(2\kappa^2) \{ \Gamma_1^2 \sin^2(t + \varphi_1) + \Gamma_2^2 \sin^2(2t + \varphi_2) \\ & + 2\Gamma_1 \Gamma_2 \sin(t + \varphi_1) \sin(2t + \varphi_2) \} = -6/(\pi\kappa^2) \cos t + (3/\kappa^2) c_0 \end{aligned} \quad (12)$$

さて、式(9)と式(12)を用いて $\Gamma_1, \Gamma_2, \varphi_1, \varphi_2$ を求めるために、両式にそれぞれ $\sin(t + \varphi_1), \cos(t + \varphi_1)$ 及び $\sin(2t + \varphi_2), \cos(2t + \varphi_2)$ を掛けた後、1周期($0 \sim 2\pi$)に渡って積分をする。積分に際しては、 Γ_1, Γ_2 及び φ_1, φ_2 の1周期における変化量は小さいと考えて、これらはすべて定数として取り扱う。さらに、 Γ_1', Γ_2' 及び φ_1', φ_2' については、何れも非常に小さいとして無視することにする。以上のことから、 $\Gamma_1, \Gamma_2, \varphi_1, \varphi_2$ に関する非線形連立方程式が得られ、これを解くことによってそれらの値を定めることが出来る。

4. 数値計算結果及び実験値との比較 TLDに関する諸元及び諸定数値は次の通りである。実験に用いたTLDは内法 $l = 20$ cm、奥行 $D = 8$ cm、高さ 20 cmの直方体である。内容液としては水を用い、水深は 2 cmとした。TLDに対する調和波入力振幅 a を $0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.5, 1.8$ mmの6段階に変えた場合について振動実験を行い、図-1に示すA, B点(静水面下 $H_1 = 1$ cm)における壁面動水圧及び壁面波高を計測した。動水圧についてはその差に対する共振曲線を求めた。数値計算においては、減衰に関する定数 h として 0.6 を採用した。なお、内容液の第1次の固有円振動数 n_{w1} は 6.8432 rad/sである。

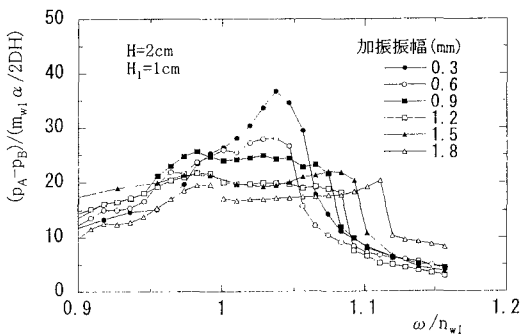


図-2 点A, Bの壁面動水圧分布強度の差の共振曲線 (実験値)

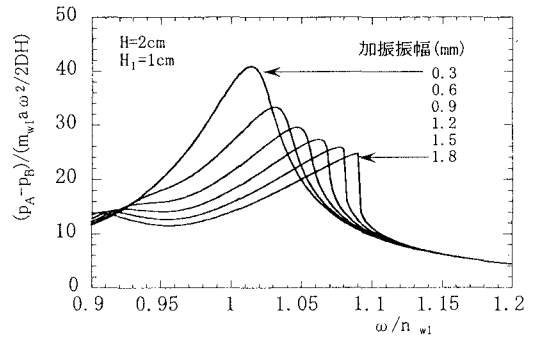


図-3 点A, Bの壁面動水圧分布強度の差の共振曲線 (理論値)

図-2、3は図-1の点A, Bにおける動水圧の差の最大値に対する振動特性を示したもので、図-2は実験結果、図-3は数値計算結果である。両者の結果を比べると、全体として理論値の方が実験値より大きくなっているが、共振曲線の形状についてはその傾向が良く一致しているといえる。実験が理想的な調和波入力ではなかったことを考慮すれば、実験値の方が小さな値に留まっていることは理解できる結果である。また、図-4は図-2及び3において動水圧の最大応答値が生ずるときの振動数 ω_{w1} と加振振幅の関係を示している。図から、実験値の方が理論値に比べて多少大きくなっている。これも、前述のように、実験における入力波の形が完全な調和波ではなく、多少の乱れがあったためにそのような結果になったものと考えられる。

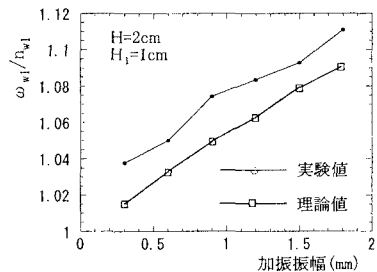


図-4 壁面動水圧の共振振動数と加振振幅の関係(水深2 cmの場合)

1) H.Ockendon et al : Resonant sloshing in shallow water, J.Fluid Mech.,vol.167,1986.

2) 高西照彦他 : 非線形水平振動を行う長方形TLD内容液の等価振動系近似、土木学会論文集、No.598/I-44,1998.7.