

3次元骨組みモデルを用いた渦励振応答の推定法

○新構造技術(株) 正会員 篠原 輝之, 九州産業大学 正会員 吉村 健
九州産業大学 学生員 町田 信彦, 学生員 田中 孝久

1. まえがき 中径間橋梁の耐風設計では、渦励振、ギャロッピングおよびねじれフラッタの3種の空力不安定振動現象に対する検討が必要であり、予備設計の段階では、道路橋耐風設計便覧に基づく机上検討のみが通常行われる。しかし、3次元性が強い橋梁の場合、予備設計を含む初期の設計段階で2次元模型による風洞実験を行い、耐風安定化対策の方針を定める方が効率の良い場合がある。例えば、桁の幅と横断勾配が橋軸方向に大きく変化する曲線桁橋、桁高が大きく変化する変断面桁橋、全く異質の断面で構成されるハイブリッド吊床版橋、単弦ローゼ橋の変断面アーチリブなどがこれに当たる。この場合、代表的な断面を選定して2次元模型実験を実施しても、3次元性の強い構造であるが由に、実機の対風挙動をうまく推定し難いものと思われる。したがって、この段階で利用できる経済的で平易な推定手法の整備が望まれる。

2. 自由振動法による無次元非定常空気力 H_1^* の測定 本文に記す解析法は、渦励振のほか、ギャロッピングとねじれフラッタにおける定常振動解、つまり風速-変位応答振幅の近似解の推定に適用できるが、ここでは、鉛直曲げモードの渦励振に関するもののみを記す。まず図-1に示すような、一様気流にさらされた鉛直曲げ1自由度系のばね支持模型を考えると、系の運動方程式は、

$$M_{2D} \cdot \ddot{z}(t) + C_{2D} \cdot \dot{z}(t) + K_{2D} \cdot z(t) = L_{2D}(t) \quad \cdots (1)$$

で与えられる。Scanlan の表記法で式(1)右辺の非定常空気力を書き改めると、次のようになる^{注)}。

$$L_{2D}(t) = \frac{1}{2} \cdot \rho_a \cdot V^2 \cdot 2B \left[k \cdot H_1^* \cdot \frac{\dot{z}(t)}{V} \right] L = (\rho_a \cdot B^2 \cdot L \cdot \omega \cdot H_1^*) \dot{z}(t) \quad \cdots (2)$$

ここに、 ρ_a は空気密度、 V は風速、 B は桁幅、 $k = \omega B/V$ は無次元振動数、 ω は円振動数、 H_1^* は無次元非定常空力ダンピング係数、 L はスパン長をそれぞれ表す。式(2)では aerodynamic stiffness が省かれているので、気流中における ω は固有円振動数に等しい。気流中における系の発散率もしくは減衰率が $|\delta_{2D}| \ll 1$ の場合、 H_1^* は次式で精度良く近似される。

$$H_1^* = -\frac{1}{\pi} \cdot \mu \cdot \delta_{a2D} \quad , \quad \delta_{a2D} = \delta_{2D} - \delta_{s2D} \quad \cdots (3)$$

ここに、 δ_{s2D} は無風時における系の対数減衰率、 δ_{a2D} は空力減衰率、 $\mu = M_{2D} / \{ \rho_a \cdot (B)^2 \cdot L \}$ は無次元質量をそれぞれ表す。

この自由振動法で得られた H_1^* の一例は図-2に示すとおりであり、変位 $z(t)$ の振幅 z に依存する。具体的には、 H_1^* は z の多項式で書き表される非線形関数であるので、以下では $H_1^*(z)$ と書くことにする。ただし、正の H_1^* が負減衰空気力に対応する。

3. 3次元解析による渦励振応答解析法 3次元骨組モデルの概要を図-3に示す。ここでは、主桁に作用する非定常空気力のみを考慮し、塔とケーブルのそれは無視することにする。ところで、節点変位 $z_j(t)$ の振幅 z_j の多項式で書き表された $H_1^*(z_j)$ をそのままの形で用い、非線形応答解析を行うことは容易でない。そこで本法では、次の線形化を行って近似解を求めることにする。つまり、振幅が $H_1^*(z_j) \cdot \dot{z}_j$ ($\dot{z}_j$ は $\dot{z}_j(t)$ の振幅) に比例

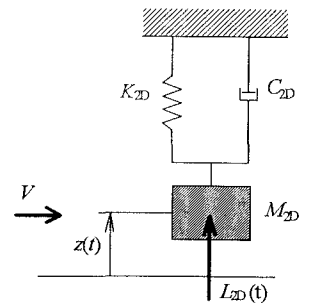


図-1 2次元模型による
風洞実験のモデル

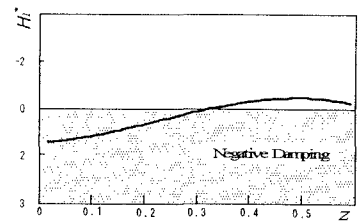


図-2 非定常空力ダンピング
係数曲線 $H_1^*(z)$ の例

注) 通常、 δ は下向きを正に取り、式(1)の右辺を「 $-L_{2D}(t)$ 」と書くが、ここでは前者を逆向きに定義し、後者を「 $+L_{2D}(t)$ 」と書いた。

した調和外力を節点力として入力し、定常振動に近い運動をしている系を考える。この場合、有限要素長 Δs_j の第 “j” 節点に入力されるものは次式で与えられる。

$$L_{3Dj}(t) = (\rho_a \cdot B_j^2 \cdot \omega \cdot H_1^*(z_j) \cdot \Delta s_j) \dot{z}_j(t) \quad \cdots(4)$$

この線形化された系ではモーダルアナリシスが適用され、系の運動方程式と変位ベクトル $\{u(t)\}$ は、それぞれ次式で与えられる。

$$\ddot{q}(t) + 2 \cdot h_{3D} \cdot \omega \cdot \dot{q}(t) + \omega^2 \cdot q(t) = \frac{L_{3D}(t)}{M_{3D}} \quad \cdots(5)$$

$$\{u(t)\} = [\phi]\{q(t)\} = \{\phi\}q(t) \quad \cdots(6)$$

ここに、 $q(t)$ はモード座標、 $\{\phi\}$ はモードマトリックス $[\phi]$ における鉛直曲げ 1 次のモードベクトルをそれぞれ表す。式(5)において、

$$\text{モード質量: } M_{3D} = \{\phi\}^T [M] \{\phi\} = \sum_i \sum_j M_{ij} \cdot \phi_i \cdot \phi_j \quad \cdots(7)$$

$$\text{モード減衰定数: } h_{3D} = \frac{\{\phi\}^T [C] \{\phi\}}{2 \cdot \omega \cdot M_{3D}} = \frac{\delta_{a3D}}{2\pi} \quad \cdots(8)$$

$$\text{モード外力: } L_{3D}(t) = \{\phi\}^T \{L_{3D}(t)\} = \left(\rho_a \cdot \omega \sum_j B_j^2 \cdot H_1^*(z_j) \cdot \phi_j^2 \cdot \Delta s_j \right) \dot{q}(t) \quad \cdots(9)$$

であり、 $[M]$ と $[C]$ はそれぞれ質量マトリックスと減衰マトリックスである。ここで、式(5)右边を次のように書き改める。

$$\frac{L_{3D}(t)}{M_{3D}} = \{\phi\}^T \{L_{3D}(t)\} / M_{3D} = 2 \cdot h_{a3D} \cdot \omega \cdot \dot{q}(t) \quad \cdots(10)$$

ここに、

$$h_{a3D} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho_a \sum_j B_j^2 \cdot H_1^*(z_j) \cdot \phi_j^2 \cdot \Delta s_j}{\sum_i \sum_j M_{ij} \cdot \phi_i \cdot \phi_j} = -\frac{\delta_{a3D}}{2\pi} \quad \cdots(11)$$

式(10)を用いると、式(5)は次のように書き改められる。

$$\ddot{q}(t) + 2(h_{3D} - h_{a3D})\omega \cdot \dot{q}(t) + \omega^2 \cdot q(t) = 0 \quad \cdots(12)$$

気流中における系の対数減衰率は次式で与えられる。

$$\delta_{3D} = \delta_{3D} + \delta_{a3D} \quad \cdots(13)$$

解析にあたっては、風速と変位応答振幅(モードの腹)を図-4 に示すように格子状に区切る。そして、 (V_h, Y_k) における h_{a3D} を求め、得られた値を式(13)に代入して $\delta_{3D} = 0$ となる δ_{a3D} (定常振動解)を求める。以上の計算を繰り返すと、 V - A - δ_{a3D} のコンター図、つまり種々の構造減衰を有する系の風速-変位応答曲線が得られる。

4. むすび 本法の適用例は文献 1) に記されている。今後、線形化による誤差など、解の精度を検討する予定である。

参考文献 1) 吉村 健 ほか：3 次元骨組モデルを用いた 1 自由度フラッタの簡易推定法，九州産業大学工学部研究報告，本研究発表会講演概要集。

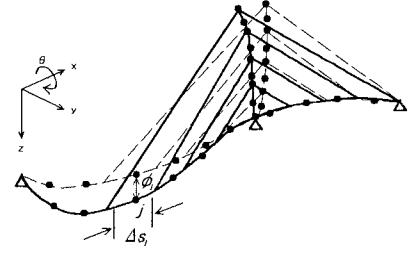


図-3 3次元骨組モデルの概要

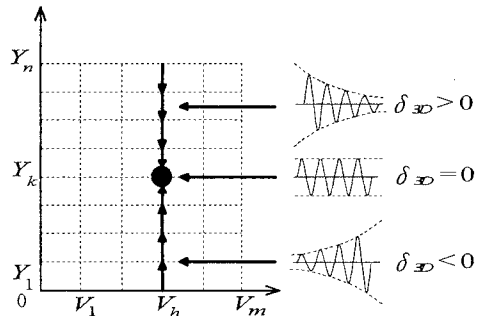


図-4 数値解析における風速と変位振幅
(モードの腹)のメッシュ分割