

薄肉偏平殻の非線形自由振動の解析

長崎大学工学部 学生会員 ○田中 利志
 長崎大学工学部 フェロー会員 高橋 和雄
 長崎大学工学部 正 会 員 中村 聖三
 長崎大学工学部 学生会員 三堂 聡

1. まえがき

ケーブル、偏平アーチ、ライズをもつ構造物には、構造形状に起因する2次の非線形項が存在するために、各種の分岐現象が存在する。著者らは、板厚程度のライズをもつ薄板の非線形振動を解析したが、さらに本研究はさらに曲率の大きい領域まで取り扱い可能な薄肉殻構造²⁾を対象に非線形振動解析を行い、1自由度系としての非線形振動特性を各種の偏平殻の形状パラメータの影響を明らかにする。本研究では、周辺単純支持の長方形薄肉殻を面内境界条件が自由と固定の条件のもとに解析する。

2. 運動方程式及び境界条件

図-1に示す薄肉偏平殻の形状は次のように表わされる。

$$z = \frac{1}{2} \left\{ \frac{x(x-a)}{R_x} + \frac{y(y-b)}{R_y} \right\} \quad (0 \leq x \leq a, \quad 0 \leq y \leq b) \quad (1)$$

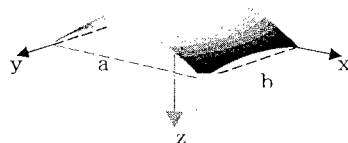


図-1 薄肉偏平殻の一般形状及び座標系

ここに、 R_x 、 R_y : x 及び y 方向の曲率半径

薄肉偏平殻の振動によって起こるたわみを w とすると、殻の運動方程式と適合条件式は、以下の式(2)、(3)で表される。

$$D \nabla^4 w - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1}{R_x} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{1}{R_y} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - p_0 \cos \Omega t = 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{Ed} \nabla^4 F - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R_x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{R_y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (3)$$

t : 時間、 d : 板厚、 ρ : 板の密度、 p : 荷重強度、 Ω : 加振円振動数

$$D = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)}, \quad \nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4},$$

E : ヤング率、 ν : ポアソン比、 F : Airy の応力関数

殻の境界条件は、曲げに対して4辺単純支持とし、面内変位 u 、 v は固定case(a)と自由case(b)とする。

3. 解法

式(1)の解を境界条件を考慮し、1自由度系で次のように式(4)で仮定する。

$$w = T(t) \sin \frac{\pi}{a} x \sin \frac{\pi}{b} y \quad (4)$$

$T(t)$: 未知の時間関数

応力関数 F は、式(3)に式(4)を用いて、面内方向の境界条件を考慮して得られる。式(3)の一般解は式(5)で表される。

$$F = F_p + F_c \quad (5)$$

F_p : 特解、 F_c : 余解

式(3)の余解を以下の式(6)に仮定すれば、 $\nabla^4 F_c = 0$ は満足される。

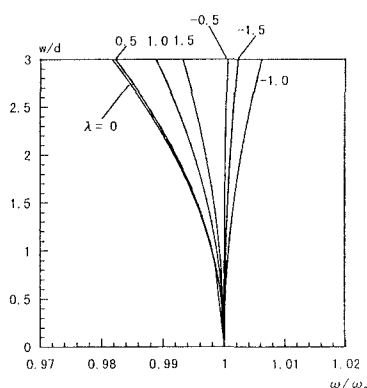


図-2 非線形自由振動

(case(a), $k=0.001$, $e=0.4$)

$$F_c = A(t)x^2 + B(t)y^2 \quad (6)$$

ここに、 $A(t), B(t)$: 面内変位の境界条件を満足するように決定される時間 t の関数。

運動方程式(2)に式(4), (5)を代入して、Galerkin法を適用すると、運動方程式(1)は次のような時間に関する運動方程式に変換される。

$$\ddot{T} + \omega_0^2 T + C_2 T^2 + C_3 T^3 = \bar{p} \cos \Omega t \quad (7)$$

ここに、 ω_0^2, C_2, C_3 : 係数、 $\bar{p} = 16 p_0 R_x / Ed \pi^2$: 荷重強度

上式の解を次のように仮定する。

$$T = \frac{c_0}{2} + c_{1/2} \cos \frac{\Omega}{2} t + s_{1/2} \sin \frac{\Omega}{2} t + c_1 \cos \Omega t + s_1 \sin \Omega t \quad (8)$$

ここに、 c_0, c_1, s_1 : 付随型の振幅成分、 $c_{1/2}, s_{1/2}$: 分岐型の振幅成分

式(8)を式(7)に代入して、調和バランス法を適用すれば連立非線形代数方程式が得られる。これにNewton-Raphson法を用いて解けば、振幅成分が得られる。

4. 解析結果

本研究で用いる無次元パラメータは、 $\mu = a/b$ (縦横比)、 $k = d/R_x$ 、 $e = a/R_x$ 、 $\lambda = R_x/R_y$ (曲率半径比、 $\lambda > 0$: ドーム形状、 $\lambda = 0$: 円筒形状、 $\lambda < 0$: 鞍形状)である。

case(a)とcase(b)の2ケースについて、 $\mu = 1.0$ 、 $v = 0.3$ 、 $k = 0.001$ および $e = 0.4$ の場合に対する非線形振動自由振動曲線を曲率半径比 λ をパラメータに図-2, 3に示す。これらの図において、縦軸は、薄肉偏平殻の中央点の無次元振幅を、横軸は各々の構造形式の線形1次振動数で非線形自由振動数を無次元化している。これらの図より、薄肉偏平殻の非線形自由振動特性は、曲率半径比 λ の影響を受ける。 λ の値によっては振動数が振幅の増大とともに減少する軟化バネ特性を示す。case(b)の $\lambda = -1$ 付近の非線形自由振動特性は、 λ の大きさによって大きく特性が変化する結果となっている。

図-4, 5は、形状パラメータ k と e を変化させた場合のcase(a)の非線形自由振動特性の結果を示す。非線形自由振動特性に軟化、硬化ばね特性が共存することが見受けられる。殻構造の非線形振動特性は形状パラメータ k と e の影響を受けることがわかる。

5. まとめ

殻構造の非線形振動特性を示したが、パラメータの影響の評価および境界条件の影響については講演時に発表する。

参考文献

- 1) Takahashi, K. and Midou, S. : Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 48, 1999.
- 2) Kanazawa, K. and Hangai, Y. : Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 25, 1977.

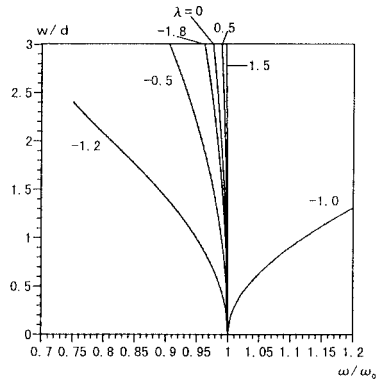


図-3 非線形自由振動

(case(b), $k=0.001$, $e=0.4$)

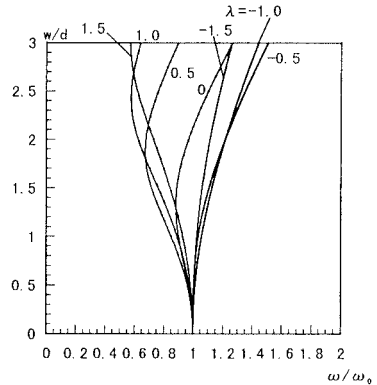


図-4 非線形自由振動

(case(a), $k=0.01$, $e=0.4$)

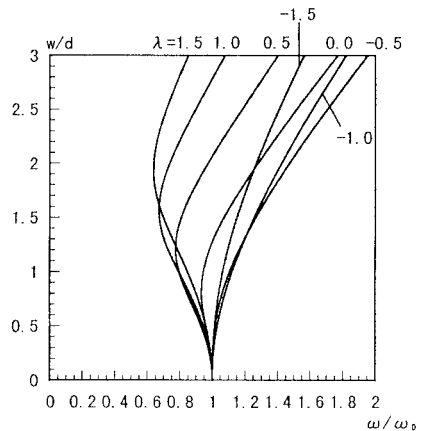


図-5 非線形自由振動

(case(a), $k=0.001$, $e=0.1$)