

両辺単純支持で長方形無限板の断面力特性について

第一工業大学工学部 正会員 堀 純男

1. まえがき

2 辺単純支持で長方形無限板は余り板の中を調べた事が無いので大変興味を持っている。比較をする対象には単純梁が挙げられるだろう。一本の梁と広い板面の断面力について考えて見たいと思う。

無限板は直交等方性板理論で述べられる N a v i e r の解により導かれ、断面力が下の式で表わされる。

$$w = \frac{Q a^2}{2\pi^3 K} \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} \sin\left(\frac{m\pi u}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \left(1 + \frac{m\pi y}{a}\right) \cdot e^{-\frac{m\pi y}{a}}$$

$$M_x = \frac{Q}{2\pi} \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi u}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \left\{1 + \nu + (1-\nu) \frac{m\pi y}{a}\right\} \cdot e^{-\frac{m\pi y}{a}}$$

$$M_y = \frac{Q}{2\pi} \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \sin\left(\frac{m\pi u}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \left\{1 + \nu - (1-\nu) \frac{m\pi y}{a}\right\} \cdot e^{-\frac{m\pi y}{a}}$$

式は無限級数であり、隔項毎に小さな数値が現れるので各項の絶対値をとり2つの項の和 $P + Q$ が 0.00001 より小さくなったならば、その時点で計算を止める事にする。図-1 の様に単純支持の方向を x 軸とし、無限に長い単純支点の方向を y 軸とす点。図-1 の上は式の説明で図-2 の上が本課題である。

無限板の断面力を自由に計算するには影響線を作成しなければならない。x 軸は10等分して、各々を格点とし断面力の計算点とする。y 軸は A 列より 1 m 毎に Z 列までとって、座標 (x, y) 点の影響線値を記入する。影響線が作成されたならば板の中央に集中荷重、線荷重を載荷させ或いは板面に等分布荷重を載荷させて断面力の変化を考察したい。

2. 概要

影響線は支間10m であるので、これを10等分して格点1より格点5まで作成し、荷重載荷範囲は $y = 0$ の x 方向、A 列より $y =$

25m の x 方向、Z 列までとする。影響線を利用し、無限板の断面力を求める基本的なものとして図-2 の様に板の中央、即ち格点5に1tf を載荷した場合、図-3 の様に格点5を通り1tf/m の線荷重が無限遠に作用する場合、単純梁の中央に1tf が作用する場合、等についての格点1から5までの断面力を比較すると図-4 の様になり、此の結果から板面に等分布荷重を載荷したものと等分布線荷重の載荷した単純梁と比較して見ることにする。

3. 数値計算

Q : 集中荷重(tf)

a : 板の x 方向の幅(m)

u : 集中荷重の x 座標(m)

m : 無限級数のパラメーター

K : 板剛度 (tf・m)

h : 板厚(m)

E : 板のヤング係数 (tf/m²) ν : 板のポアソン比

a = 10m

h = 0.70m

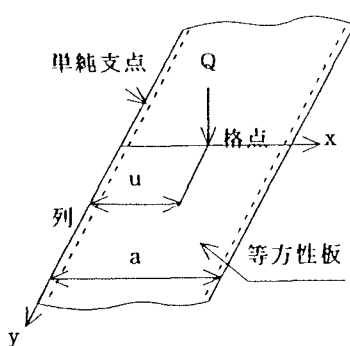
E = 2.2×10^4 tf/m² $\nu = 0.25$ 

図-1 2 辺単純支持の長方形無限板

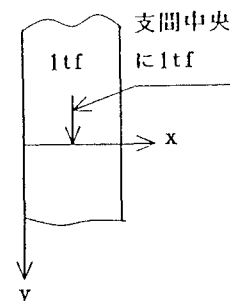
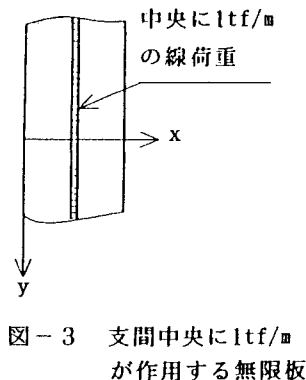


図-2

支間中央に1tfが作用する無限板

図-4は3状態の断面力をグラフに描いたもので単純梁は支間中央まで直線的増加である。図-2、図-3の荷重状態では支点より5m（中央）で断面力が突出している。単純梁と図-3の荷重状態と比較すると中央の断面力以外殆ど同じ値である。



これを基にして2tf/mの等分布線荷重が载荷した単純梁と板面に2tf/m²の等分布荷重の载荷した無限板の断面力を求めてみた。結果は表-1の通りとなった。尚、図-3の荷重状態の場合も図-5の荷重状態の場合もx軸より25mで収束断面力となった。

4. 考察

無限板上に作用する集中荷重と単純梁に作用するそれと比較して見ると無限板の方が比較にならない程、断面力が小さい。単純梁の集中荷重は無限板の等分布線荷重と略、同等の断面力を生ずると見てよい。只、無限板の方は集中荷重の場合も等分布線荷重の場合も荷重载荷点（格点5）の断面力が突出している。

これは板の周囲が曲がる為に曲がりが大きくなり、他のか所より曲げモーメントが大きくなるものと考えられる。又、等分布線荷重を受けた単純梁は板面に等分布荷重を受けた無限板の断面力によく似ている。只、両者の断面力の差が大きかったり小さかったり不規則である。そこで表-1のMyに注目し、図-6の様に支点からの距離とMyの関係をグラフに描いてみた。無限板はMyを生じ

図-6の折れ線が山形になっている所、即ちMyの増加勾配の大きい時はMxが大きくなり、逆に谷形になっている所はMxが小さく単純梁のMxの値とそう違わない。

無限板はMyの増加勾配によりMxが単純梁のそれより増加する。若し、Myが全く働かないならば、単純梁の断面力と同じ大きさになると考えられる。

参考文献

チモシェンコ・ヴォアノスキー・クリーガー共著『板とシェルの理論』

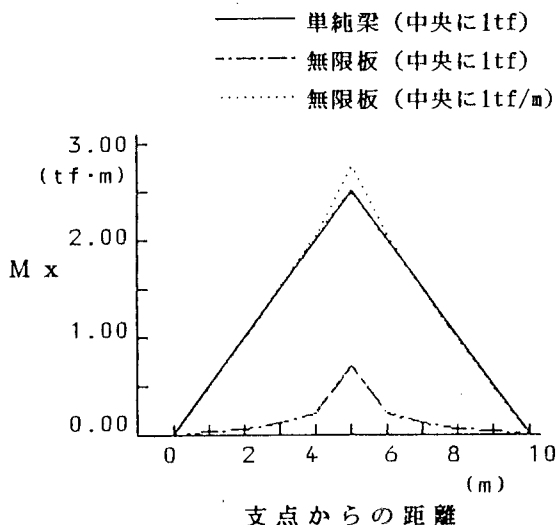


図-4 単純梁、図-2、図-3の断面力

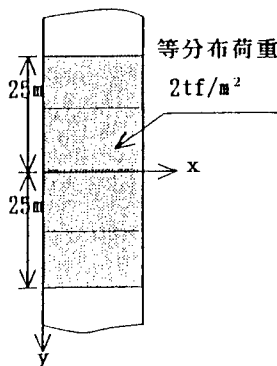


図-5 2tf/m²が板面に作用

格点	単純梁 (w = 2tf/m)	単位 (tf・m)	
		無限板 (w = 2tf/m ²)	
		Mx	My
0	0	0.00	0.00
1	9	10.05	3.48
2	16	16.30	4.51
3	21	22.00	6.40
4	24	24.43	6.69
5	25	26.10	7.78

表-1

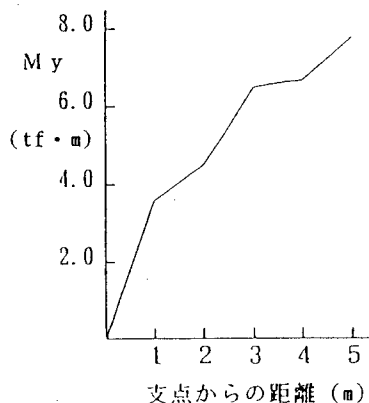


図-6 2tf/m²作用時のMy