

栈粗面における底泥から流水への溶質の移動現象のモデル化

大分高専 ○東野 誠

神戸大学工学部 神田 徹

1. はじめに

筆者らは、水・底泥間の溶解性物質(溶質)の移動現象について検討してきた。すなわち、一方向流れ場における底泥材料としてカオリナイトを、溶質としてメチレンブルーを用いた基礎実験によって、底泥から流水への溶質の溶出フラックスに及ぼす底泥直上の水流速および底泥物性(含水比・溶質含有量)の影響を調べるとともに、熱移動の解析を応用して溶出過程をモデル化し、溶出フラックス推定のためのモデルを構築した¹⁾。このモデルは底泥表面が滑面の場合を対象にしている。ところで、河川・貯水池等の実水域では底面の起伏や砂、砂礫等の底質材料の不均一に伴う凹凸があり、溶出現象も当然このような底面粗度の影響を受けると思われる。そこで、本研究では栈粗面を取り上げ、粗面流における溶出過程を気・液界面でのガス移動の解析を応用してモデル化した。

2. 栈粗面における溶出現象

栈粗面における流れと溶出の形態を模式的に示せば、図-1 のようである。この図のように栈粗面における流れと物質移動は非常に複雑であるので、図-2 のように溶出現象を単純化して考えることにする。すなわち、水・底泥境界面直上の厚さ δ の領域に底泥表面と種々の接触時間をもつ境膜が存在し、この境膜が連続的に乱れによって上層水中へ取り込まれることで物質移動が行われると考える。粗面流における溶出現象の解析にあたり、図-2 のように界面直上を上述の境膜と、その上層の溶質濃度が変化して主流濃度に接続する部分に分割する。上層部分は一定せん断応力層(constant stress layer)と乱流域に分けて考えることにする。

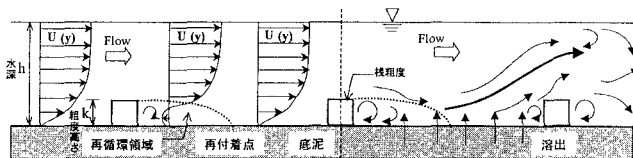


図-1 栈粗面における流れと溶出現象

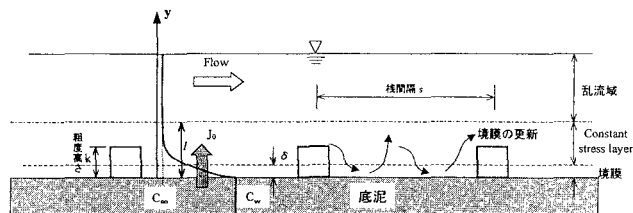


図-2 栈粗面における溶出現象のモデル化

3. 乱流域および一定せん断応力層における物質移動

図-2 において、水・底泥境界面を原点とし、鉛直上向きに y 軸をとる。溶質のフラックス J は鉛直上向きを正とすれば、この J と溶質濃度 C の関係は次式のように表される。

$$J = -(D + \nu_t) \frac{dC}{dy} \quad (1)$$

ここに、 D : 溶質の分子拡散係数、 ν : 動粘性係数、 ν_t : 渦動粘性係数である。

境界条件は

$$y=0 \text{ において } C=C_w, \quad y=\infty \text{ において } C=C_\infty \quad (2)$$

ここに、 C_w は界面での溶質濃度、 C_∞ は界面から十分離れた上方の位置における溶質濃度(主流濃度)である。

まず、乱流域では流速分布と濃度分布の相似性を仮定し、この領域での溶質の濃度差 $C_\infty - C_{\delta^+}$ を界面での溶質のフラックス J_0 と摩擦速度 $U_* (= \sqrt{\tau_0/\rho})$ を用いて表現すると、次式のような式である。

$$C_\infty - C_{\delta^+} = -\frac{J_0}{U_*} (U_\infty^+ - U_{\delta^+}^+) \quad (3)$$

上式において、 $U^+ = U/U_*$ であり、 U_∞^+ は界面から十分離れた上方の位置における水流速(主流流速)である。

次に、一定せん断応力層では、せん断応力および溶質のフラックスはそれぞれ底面せん断応力および界面でのフラックスに等しいと考えれば、この領域における溶質濃度差は式(1)を y^* について積分して、次式のよう求められる。

$$C_{\delta^+} - C_{\delta^+} = -\frac{J_0}{U_*} \int_{\delta^+}^{\delta^+} \frac{dy^+}{1 + \nu_t^+ / Sc} \quad (4)$$

ここに、 $Sc (= \nu/D)$: シュミット数であり、 $y^+ (= U_* y / \nu)$ および $\nu_t^+ (= \nu_t / \nu)$ の無次元量が用いられている。な

お、 v_t^+ は次式のように y^+ の関数である。

$$v_t^+ = \frac{\kappa y^+ - 2 + \sqrt{(\kappa y^+ - 2)^2 - 4}}{2} \quad (10 \leq y^+) \quad (5), \quad v_t^+ = \left(\frac{y^+}{10}\right)^3 \quad (0 \leq y^+ < 10) \quad (6)$$

ここに、 κ ：カルマン定数(=0.4)である。

4. 界面近傍の境膜における物質移動

図-2において、境膜が乱れによって平均的に単位時間に更新される割合(更新率)を r とする。そして、各瞬間における膜の存在時間(生成してからの経過時間)の分布を $f(t)$ として、この $f(t)$ を更新率 r の関数として次式で与える。

$$f(t) = re^{-rt} \quad (7)$$

この膜の存在時間の分布を考え、底泥から直上水への溶質の時間平均移動量、すなわち界面での溶質のフラックスを求めれば、次式のようなである。

$$J_0 = \sqrt{Dr} \coth\left(\sqrt{\frac{r}{D}} \delta^+\right) (C_w - C_{\delta^+}) \quad (8)$$

ここに、 $D' = DU^2/\nu^2$ である。上式において溶出現象に及ぼす粗度の影響を評価するためには、式(8)中の更新率 r と δ^+ を粗度要素の特性(粗度要素の規模、形状、配置間隔)の関数として表現する必要がある。このうち r は、図-3に示すように棧と棧の間の凹部における水塊の滞留時間に関係すると考えられる。そこで、底面近傍での水塊の移動速度 u を次のように表す。

$$u = cU_* \quad (9)$$

ここに、 c は定数である。速度 u で流下方向に移動する水塊の棧間における滞留時間 T は、棧間隔を s とすれば、 $T = s/u$ であるので、式(8)中の更新率 r をこの水塊の滞留時間と関連づけて次式で表す。

$$r \propto \frac{1}{T} = \frac{u}{s} = \frac{cU_*}{s} \quad (10)$$

式(10)を式(8)に代入すると、境膜における溶質濃度差 $C_{\delta^+} - C_w$ が界面での溶質のフラックス J_0 、摩擦速度 U_* 、そして Sc 数、棧高 k および棧間隔 s の関数として次式で表される。

$$C_{\delta^+} - C_w = -\frac{J_0}{U_*} \cdot \frac{1}{\sqrt{c \cdot \frac{1}{Sc} \cdot \frac{1}{Re_*} \cdot \frac{k}{s}} \coth\left(\sqrt{c \cdot Re_* \cdot Sc \cdot \frac{k}{s} \cdot \frac{\delta}{k}}\right)} \quad (11)$$

ここに、 $Re_* (= U_* k / \nu)$ は粗度レイノルズ数である。

5. 溶出フラックス推定式の導出

以上のようなモデル化により無次元化した溶出フラックス、すなわち、式(13)で定義されるスタントン数 St はシュミット数 Sc 、粗度レイノルズ数 Re_* 、棧高 k および棧間隔 s の関数として次式で表される。

$$St = \frac{\sqrt{f}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{F(Sc, Re_*, s/k)} \quad (12), \quad St = \frac{J_0}{U(C_w - C_\infty)} \quad (13)$$

ここに、

$$F(Sc, Re_*, s/k) = U_\infty^+ - U_{t^+}^+ + \int_{\delta^+}^{t^+} \frac{dy^+}{\frac{1}{Sc} + v_t^+} + \frac{1}{\sqrt{c \cdot \frac{1}{Sc} \cdot \frac{1}{Re_*} \cdot \frac{k}{s}} \coth\left(\sqrt{c \cdot Re_* \cdot Sc \cdot \frac{k}{s} \cdot \frac{\delta}{k}}\right)} \quad (14)$$

上式中の $\bar{U}$ は断面平均流速であり、 f は摩擦抵抗係数である。

図-4は推定式(12)による推定値を筆者らが行った実験値とともに示したものである。この図によると実験値には滑面の場合と同様、含水比による差異が見られる。これに対して、モデルパラメータの無次元境膜厚さ δ/k を底泥含水比に応じて変化させれば、本モデルは実験値の傾向を再現し得るといえる。

参考文献

1) 東野 誠, 神田 徹: 底泥から流水への溶解性物質の溶出過程, 水工学論文集, 第42巻, pp.745-750, 1998.

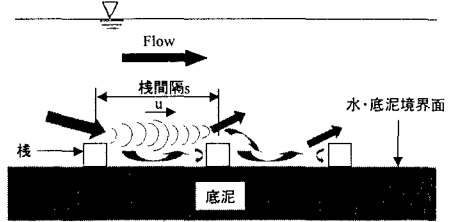


図-3 棧間における水塊の混合交換

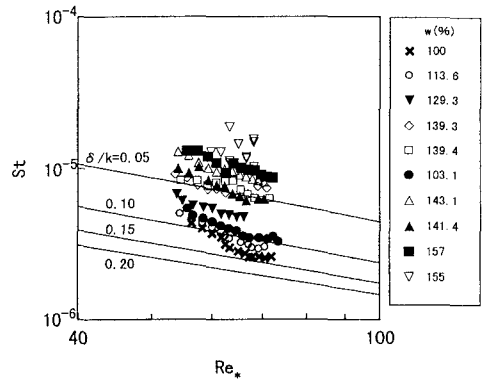


図-4 モデルによる推定値と実験値の比較